EJERCICIOS RESUELTOS DERIVADAS

Cuestión 1:

Halla la función derivada de las siguientes funciones:

1. $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$

$f'(x) = 6x - 6$

2. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

3. $f(x) = \sqrt{2x} + \sqrt[3]{5x}$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{5}{3\sqrt[3]{5x}}$$

4. $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

$$f(x) = x^{-3/2} \rightarrow f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-5/2} = \frac{-3}{2\sqrt{x^5}} = \frac{-3}{2x^2\sqrt{x}}$$

5. $f(x) = sen\, x \cos x$

$f'(x) = \cos^2 x - sen^2 x$

6. $f(x) = tg\, x$

$$f'(x) = 1 + tg^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

7. $f(x) = x\, e^x$

$f'(x) = e^x + x\, e^x = e^x(1 + x)$

8. $f(x) = x \cdot 2^x$

$f'(x) = 2^x + x \cdot 2^x \cdot ln\, 2 = 2^x(1 + x\, ln\, 2)$

9. $f(x) = (x^2 + 1) \cdot log_2 x$

$$f'(x) = 2x\, log_2 x + (x^2 + 1) \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{ln\, 2} = 2x\, log_2 x + \frac{(x^2 + 1)}{x\, ln\, 2}$$

10. $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 - 1) - (x^2 + 1)\, 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2x^3 - 2x - 2x^3 - 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$$

11. $f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 5x + 3}{x}$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 6x - 5)x - (x^3 + 3x^2 - 5x + 3)}{x^2} = \frac{2x^3 + 3x^2 - 3}{x^2} = 2x + 3 - \frac{3}{x^2}$$

12. $f(x) = \dfrac{\log x}{x}$

$$f'(x) = \frac{[1/(\ln 10)] - \log x}{x^2} = \frac{1 - \ln 10 \log x}{x^2 \ln 10}$$

Cuestión 2:

Halla la función derivada de las siguientes funciones:

13. $f(x) = sen\,(x^2 - 5x + 7)$

$f'(x) = (2x - 5)\cos(x^2 - 5x + 7)$

14. $f(x) = \sqrt[3]{(5x+3)^2} = (5x+3)^{2/3}$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(5x+3)^{-1/3} \cdot 5 = \frac{10}{3\sqrt[3]{5x+3}}$$

15. $f(x) = sen\,(3x + 1) \cdot \cos(3x + 1)$

$f'(x) = 3\,[\cos^2(3x + 1) - sen^2(3x + 1)]$

16. $f(x) = \dfrac{\log x^2}{x}$

$$f(x) = \frac{2\log x}{x} \to f'(x) = \frac{2(1 - \ln 10 \log x)}{x^2 \ln 10}$$

17. $f(x) = \cos(3x - \pi)$

$f'(x) = -3\,sen(3x - \pi)$

18. $f(x) = \sqrt{1 + 2x}$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2x}}$$

19. $f(x) = x\,e^{2x+1}$

$f'(x) = e^{2x+1} + x\,e^{2x+1} \cdot 2 = e^{2x+1}(1 + 2x)$

Cuestión 3:

Halla la función derivada de estas funciones y calcula su valor en los puntos que se indican:

15 $y = 2x^3 + 3x^2 - 6; \ x = 1$

$y' = 6x^2 + 6x; \quad y'(1) = 12$

16 $y = \cos(2x + \pi); \ x = 0$

$y' = -2 \operatorname{sen}(2x + \pi); \quad y'(0) = 0$

17 $y = \dfrac{x}{3} + \sqrt{2}; \ x = -\dfrac{17}{3}$

$y' = \dfrac{1}{3}; \quad y'\left(-\dfrac{17}{3}\right) = \dfrac{1}{3}$

18 $y = \dfrac{1}{7x + 1}; \ x = 0$

$y' = \dfrac{-7}{(7x + 1)^2}; \quad y'(0) = -7$

19 $y = \operatorname{sen} \dfrac{x}{2} + \cos \dfrac{x}{2}; \ x = \pi$

$y' = \dfrac{1}{2}\left(\cos \dfrac{x}{2} - \operatorname{sen} \dfrac{x}{2}\right); \quad y'(\pi) = -\dfrac{1}{2}$

20 $y = \dfrac{2}{(x + 3)^3}; \ x = -1$

$y = 2(x + 3)^{-3} \rightarrow y' = -6(x + 3)^{-4} = \dfrac{-6}{(x + 3)^4}$

$y'(-1) = \dfrac{-6}{16} = \dfrac{-3}{8}$

21 $y = \dfrac{x^3}{2} + \dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{x}{2}; \ x = 2$

$y' = \dfrac{3}{2}x^2 + 3x - \dfrac{1}{2}; \quad y'(2) = \dfrac{23}{2}$

22 $y = \dfrac{1}{\sqrt{x - 4}}; \ x = 8$

$y' = \dfrac{-1}{2\sqrt{(x - 4)^3}}; \quad y'(8) = -\dfrac{1}{16}$

23 $y = x\ sen(\pi - x);\ \ x = \dfrac{\pi}{2}$

$y' = sen(\pi - x) + x\ cos(\pi - x) \cdot (-1) = sen(\pi - x) - x\ cox(\pi - x)$

$y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

24 $y = (5x - 2)^3;\ \ x = \dfrac{1}{5}$

$y' = 15(5x - 2)^2;\quad y'\left(\dfrac{1}{5}\right) = 15$

25 $y = \dfrac{x + 5}{x - 5};\ \ x = 3$

$y' = \dfrac{-10}{(x - 5)^2};\quad y'(3) = -\dfrac{5}{2}$

Cuestión 4:

Halla la función derivada de estas funciones:

26 a) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ b) $y = (x^2 - 3)^3$

a) $y' = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ b) $y' = 6x(x^2 - 3)^2$

27 a) $y = \dfrac{x^3 - x^2}{x^2}$ b) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

a) $y' = 1 \quad (\text{si}\ \ x \neq 0)$ b) $y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

28 a) $y = \sqrt[3]{(x + 6)^2}$ b) $y = sen\ \sqrt{x}$

a) $y' = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{(x + 6)}}$ b) $y' = \dfrac{cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

29 a) $y = \dfrac{-3}{\sqrt{1 - x^2}}$ b) $y = 7^{x+1} \cdot e^{-x}$

a) $y = -3(1 - x^2)^{-1/2};\quad y' = \dfrac{3}{2}(1 - x^2)^{-3/2} \cdot (-2x) = \dfrac{-3x}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}$

b) $y' = 7^{x+1} \cdot ln\ 7 \cdot e^{-x} + 7^{x+1} \cdot e^{-x} \cdot (-1) = 7^{x+1} \cdot e^{-x}(ln\ 7 - 1)$

30 a) $y = \dfrac{1}{3x} + \dfrac{x}{3}$ b) $y = ln\ 3x + e^{\sqrt{x}}$

a) $y' = \dfrac{-1}{3x^2} + \dfrac{1}{3}$ b) $y' = \dfrac{3}{3x} + e^{\sqrt{x}}\ \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

31 **a)** $y = \left(\frac{x}{1+x^2}\right)^2$ **b)** $y = e^{2x} \cdot tg\ x$

a) $y' = 2\left(\frac{x}{1+x^2}\right) \cdot \frac{1+x^2-x\cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x}{(1+x^2)} \cdot \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{2x(1-x^2)}{(1+x^2)^3}$

b) $y' = 2e^{2x}\ tg\ x + e^{2x}(1+tg^2\ x) = e^{2x}(2\ tg\ x + 1 + tg^2\ x) = e^{2x}(1+tg\ x)^2$

32 **a)** $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ **b)** $y = cos^2\ x + e^{sen\ x}$

a) $y' = \frac{3x^2(x-1)^2 - x^3\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{3x^2(x-1)-2x^3}{(x-1)^3} = \frac{3x^3-3x^2-2x^3}{(x-1)^3} =$

$= \frac{x^3-3x^2}{(x-1)^3}$

b) $y' = 2\ cos\ x\,(-sen\ x) + e^{sen\ x}\cdot cos\ x = cos\ x\,(-2\ sen\ x + e^{sen\ x})$

33 **a)** $y = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-4}}$ **b)** $y = \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot e^{1-x}$

a) $y = \left(\frac{x^3}{x^2-4}\right)^{1/2} \to y' = \frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{x^2-4}\right)^{-1/2} \cdot \frac{3x^2(x^2-4)-x^3\cdot 2x}{(x^2-4)^2} =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{x^2-4}{x^3}\right)^{1/2} \cdot \frac{3x^4-12x^2-2x^4}{(x^2-4)^2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^3}}\cdot\frac{x^4-12x^2}{\sqrt{(x^2-4)^3}} =$

$= \frac{x^4-12x^2}{2\sqrt{x^3(x^2-4)}}$

b) $y' = 3\left(\frac{x}{2}\right)^2 \frac{1}{2}\cdot e^{1-x} + \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot e^{1-x}\cdot(-1) = \frac{3}{8}x^2\ e^{1-x} - \frac{1}{8}x^3\ e^{1-x} =$

$= \frac{x^2}{8}e^{1-x}(3-x) = \frac{x^2(3-x)\ e^{1-x}}{8}$

34 **a)** $y = sen\ \frac{3\pi}{2}$ **b)** $y = log\ \frac{x^2}{3-x}$

a) $y' = 0$

b) $y = log\ x^2 - log(3-x) = 2\ log\ x - log(3-x)$

$y' = \frac{2}{x\ ln\ 10} + \frac{1}{(3-x)\ ln\ 10}$

35 **a)** $y = tg^3\ x^2$ **b)** $y = \sqrt{ln\ x}$

a) $y' = 3\ tg^2\ x^2(1+tg^2\ x^2)\cdot 2x = 6x\ tg^2\ x^2\,(1+tg^2\ x^2)$

b) $y' = \frac{1}{2x\sqrt{ln\ x}}$

36 **a)** $y = arc\ sen\ \dfrac{x^2}{3}$ **b)** $y = arc\ tg\,(x^2 + 1)$

a) $y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2/3)^2}} \cdot \dfrac{2x}{3} = \dfrac{2x/3}{\sqrt{1-x^4/9}} = \dfrac{2x}{\sqrt{9-x^4}}$

b) $y' = \dfrac{1}{1+(x^2+1)^2} \cdot 2x = \dfrac{2x}{1+(x^2+1)^2}$

37 **a)** $y = arc\ cos\ \dfrac{1}{x}$ **b)** $y = arc\ tg\ \dfrac{\sqrt{x}}{2}$

a) $y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-(1/x)^2}} \cdot \dfrac{-1}{x^2} = \dfrac{1/x^2}{\sqrt{1-1/x^2}} = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

b) $y' = \dfrac{1}{1+\left(\sqrt{x}/2\right)^2} \cdot \dfrac{1}{4\sqrt{x}} = \dfrac{1}{4\sqrt{x}\,(1+(x/4))} = \dfrac{1}{\sqrt{x}\,(4+x)}$

__Cuestión 5__:

76 **Aplica las propiedades de los logaritmos para derivar las siguientes funciones:**

a) $y = ln\ \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ **b)** $y = ln\sqrt{\dfrac{x}{x^2+1}}$

c) $y = ln\ x\ e^{-x}$ **d)** $y = log\ \dfrac{(3x-5)^3}{x}$

e) $y = log\,(tg\ x)^2$ **f)** $y = ln\ x^x$

a) $y = ln\,(x^2+1) - ln\,(x^2-1)$

$$y' = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x^3-2x-2x^3-2x}{x^4-1} = \frac{-4x}{x^4-1}$$

b) $y = \dfrac{1}{2}\,[ln\ x - ln\,(x^2+1)]$

$$y' = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{x} - \frac{2x}{x^2+1}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2+1-2x^2}{x^3+x}\right] = \frac{1-x^2}{2x^3+2x}$$

c) $y = ln\ x + ln\ e^{-x} = ln\ x - x$

$$y' = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

d) $y = 3\ log\ (3x - 5) - log\ x$

$$y' = 3 \cdot \frac{3}{3x-5} \cdot \frac{1}{ln\ 10} - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{ln\ 10} = \frac{1}{ln\ 10}\left[\frac{9}{3x-5} - \frac{1}{x}\right] =$$

$$= \frac{1}{ln\ 10} \cdot \frac{9x - 3x + 5}{(3x^2 - 5x)} = \frac{6x + 5}{ln\ 10\ (3x^2 - 5x)}$$

e) $y = 2\ log\ (tg\ x)$

$$y' = 2 \cdot \frac{1 + tg^2\ x}{tg\ x} \cdot \frac{1}{ln\ 10} = \frac{2(1 + tg^2\ x)}{tg\ x \cdot ln\ 10}$$

f) $y = x\ ln\ x$

$$y' = ln\ x + x \cdot \frac{1}{x} = ln\ x + 1$$

<u>Cuestión 6</u>:

Aplica las reglas de derivación a la función $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$ para calcular:

a) La función derivada.

b) La derivada en los puntos de abscisa -1, 0 y 3.

a) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$

b) $f'(-1) = 11$

$f'(0) = 2$

$f'(3) = 11$

<u>Cuestión 7</u>:

Emplea las reglas de derivación para calcular la función derivada de:

$$f(x) = (2x + 3)(x - 2)$$

A partir del resultado obtenido, determina:

a) $f'(2)$ $\quad f'\left(-\frac{3}{2}\right)$ $\quad f'(-2)$ $\quad f'\left(\frac{1}{3}\right)$

$f'(x) = 2(x - 2) + (2x + 3) \cdot 1 = 4x - 1$

a) $f'(2) = 7$

$f'\left(-\frac{3}{2}\right) = -7$

$f'(-2) = -9$

$f'\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$

<u>Cuestión 8</u>:

Aplica las reglas de derivación para calcular la función derivada de las siguientes funciones.

a) $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ c) $y = 2^x$

b) $y = \log_3 x$ d) $y = \sqrt{6x^5}$

a) $y' = 3x^2 - 4x + 5$ c) $y' = 2^x \cdot \ln 2$

b) $y' = \frac{1}{x \ln 3}$ d) $y' = \frac{1}{2}(6x^5)^{-\frac{1}{2}} \cdot 30x^4 = \frac{15x^4}{\sqrt{6x^5}} = \frac{15x^2}{\sqrt{6x}}$

Cuestión 9:

Utiliza las reglas de derivación para hallar la función derivada de estas funciones.

a) $y = \sqrt[5]{x}$ c) $y = \dfrac{x^2 - 3x + 8}{2}$ e) $y = \dfrac{2x+5}{7}$

b) $y = 4^{2x}$ d) $y = \dfrac{1}{x^4}$ f) $y = (6x)^4$

a) $y' = \dfrac{1}{5} \cdot x^{-\frac{4}{5}} = \dfrac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$ d) $y' = \dfrac{-4x^3}{(x^4)^2} = -\dfrac{4}{x^5}$

b) $y' = 4^{2x} \cdot \ln 4 \cdot 2$ e) $y' = \dfrac{2}{7}$

c) $y' = \dfrac{2x-3}{2}$ f) $y' = 4(6x)^3 \cdot 6 = 24(6x)^3$

Cuestión 10:

Halla la derivada de estas operaciones de funciones.

a) $y = (x-2)(x^2+3x)$ e) $y = \ln x + e^x$

b) $y = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}$ f) $y = \sqrt[3]{x}\sqrt{x}$

c) $y = x^2 \log x - 1$ g) $y = x^2 \cdot 2^x$

d) $y = \dfrac{8}{2x-1}$ h) $y = \dfrac{3x+4}{2x-1}$

a) $y' = 1 \cdot (x^2+3x) + (x-2)(2x+3) = 3x^2 + 2x - 6$

b) $y' = \dfrac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} - \dfrac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

c) $y' = 2x \log x + x^2 \cdot \dfrac{1}{x \ln 10} = 2x \log x + \dfrac{x}{\ln 10}$

d) $y' = \dfrac{-8 \cdot 2}{(2x-1)^2} = -\dfrac{16}{(2x-1)^2}$

e) $y' = \dfrac{1}{x} + e^x$

f) $y' = \left(\dfrac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}}\right) \cdot \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} \cdot \left(\dfrac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}\right) = \dfrac{\sqrt{x}}{3\sqrt[3]{x^2}} + \dfrac{\sqrt[3]{x}}{2\sqrt{x}} = \dfrac{2x+3x}{6\sqrt[6]{x^7}} = \dfrac{5}{6\sqrt[6]{x}}$

g) $y' = 2x \cdot 2^x + x^2 \cdot 2^x \cdot \ln 2$

h) $y' = \dfrac{3(2x-1) - (3x+4) \cdot 2}{(2x-1)^2} = -\dfrac{11}{(2x-1)^2}$

Cuestión 11:

Calcula la derivada de las siguientes operaciones de funciones.

a) $y = \dfrac{\ln x + 4}{e^x}$ d) $y = \dfrac{\ln x}{e^x} + 4$

b) $y = \dfrac{x-8}{\sqrt{x}}$ e) $y = 5e^x - 3^x$

c) $y = (x^2+2)\log_2 x$ f) $y = \dfrac{x^4}{x-1}$

a) $y' = \dfrac{\frac{1}{x} \cdot e^x - (\ln x + 4)e^x}{(e^x)^2} = \dfrac{1 - x(\ln x + 4)}{xe^x}$

b) $y' = \dfrac{1 \cdot \sqrt{x} - (x-8)\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{(\sqrt{x})^2} = \dfrac{\sqrt{x} - \frac{x-8}{2\sqrt{x}}}{x} = \dfrac{x+8}{2x\sqrt{x}}$

c) $y' = 2x \cdot \log_2 x + (x^2+2) \cdot \dfrac{1}{x \ln 2} = 2x \log_2 x + \dfrac{x^2+2}{x \ln 2}$

d) $y' = \dfrac{\frac{1}{x} \cdot e^x - \ln x \cdot e^x}{(e^x)^2} = \dfrac{1 - x \ln x}{xe^x}$

e) $y' = 5e^x - 3^x \cdot \ln 3$

f) $y' = \dfrac{4x^3(x-1) - x^4 \cdot 1}{(x-1)^2} = \dfrac{3x^4 - 4x^3}{(x-1)^2}$

Cuestión 12:

Deriva las siguientes funciones trigonométricas.

a) $y = sen\, x \cos x$ d) $y = x\, tg\, x$

b) $y = \dfrac{\cos x}{x^2}$ e) $y = x\, arc \cos x$

c) $y = \sec x\, cosec\, x$ f) $y = \dfrac{1}{tg\, x}$

a) $y' = \cos^2 x - sen^2 x$

b) $y' = \dfrac{-sen\, x \cdot x^2 - \cos x \cdot 2x}{x^4} = \dfrac{-x\, sen\, x - 2\cos x}{x^3}$

c) $y' = \dfrac{sen\, x}{\cos^2 x} \cdot cosec\, x + \sec x \cdot \left(-\dfrac{\cos x}{sen^2 x}\right) = \dfrac{1}{\cos^2 x} - \dfrac{1}{sen^2 x}$

d) $y' = 1 \cdot tg\, x + x \cdot (1 + tg^2 x) = x + tg\, x + x\, tg^2 x$

e) $y' = 1 \cdot arc \cos x + x \cdot \left(-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = arc \cos x - \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

f) $y' = -\dfrac{1 + tg^2 x}{tg^2 x}$

Cuestión 13:

Determina las derivadas que se indican.

a) $f(x) = \ln x$ $f''(x)$ y $f'''(x)$

b) $f(x) = x^5$ $f'(x)$ y $f''(x)$

c) $f(x) = x^5 - 3x^4$ $f'''(x)$ y $f^{IV}(x)$

a) $f'(x) = \dfrac{1}{x} \to f''(x) = -\dfrac{1}{x^2} \to f'''(x) = \dfrac{2}{x^3}$

b) $f'(x) = 5x^4 \to f''(x) = 20x^3$

c) $f'(x) = 5x^4 - 12x^3 \to f''(x) = 20x^3 - 36x^2 \to f'''(x) = 60x^2 - 72x$
$\to f^{IV}(x) = 120x - 72$

Cuestión 14:

Calcula la función derivada de estas funciones, aplicando la regla de la cadena.

a) $y = \ln(x^2 - 5x)$

b) $y = 2^{3x-5}$

c) $y = \sqrt{x^2 + x}$

d) $y = \sqrt{\log_3 x}$

a) $y' = \dfrac{1}{x^2 - 5x} \cdot (2x - 5) = \dfrac{2x - 5}{x^2 - 5x}$

b) $y' = 2^{3x-5} \cdot \ln 2 \cdot 3$

c) $y' = \dfrac{1}{2}(x^2 + x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 1) = \dfrac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$

d) $y' = \dfrac{1}{2}(\log_3 x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{1}{x \ln 3} = \dfrac{1}{2\sqrt{\log_3 x}} \cdot \dfrac{1}{x \ln 3}$

Cuestión 15:

Halla la derivada de estas funciones.

a) $y = (2x + 1)^3 \cdot 3^x$

b) $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 3}{x^3}}$

c) $y = \dfrac{x^2 - 3}{\sqrt{x^3}}$

d) $y = \dfrac{2x - 3}{e^x}$

e) $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^3}$

f) $y = x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x^3}}$

a) $y' = 3(2x + 1)^2 \cdot 2 \cdot 3^x + (2x + 1)^3 \cdot 3^x \cdot \ln 3 = [6 + (2x + 1)\ln 3] \cdot (2x + 1)^2 \cdot 3^x$

b) $y' = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{x^2 - 3}{x^3}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{2x \cdot x^3 - (x^2 - 3) \cdot 3x^2}{x^6} = \dfrac{-x^2 + 9}{2x^4} \cdot \sqrt{\dfrac{x^3}{x^2 - 3}}$

c) $y' = \dfrac{2x \cdot \sqrt{x^3} - (x^2 - 3) \cdot \dfrac{1}{2} \cdot (x^3)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3x^2}{x^3} = \dfrac{4x^3 - 3x(x^2 - 3)}{2x^2\sqrt{x^3}} = \dfrac{x^2 + 9}{2x^2\sqrt{x}}$

d) $y' = \dfrac{2 \cdot e^x - (2x - 3) \cdot e^x}{e^{2x}} = \dfrac{5 - 2x}{e^x}$

e) $y' = \dfrac{\dfrac{1}{2} \cdot (x^2 - 3)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x \cdot x^3 - \sqrt{x^2 - 3} \cdot 3x^2}{x^6} = \dfrac{x^2 - 3(x^2 - 3)}{x^4\sqrt{x^2 - 3}} = \dfrac{-2x^2 + 9}{x^4\sqrt{x^2 - 3}}$

f) $y' = 2x + \dfrac{3 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot (x^3)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3x^2}{x^3} = 2x + \dfrac{9x^2}{2x^3\sqrt{x^3}} = 2x + \dfrac{9}{2x^2\sqrt{x}}$