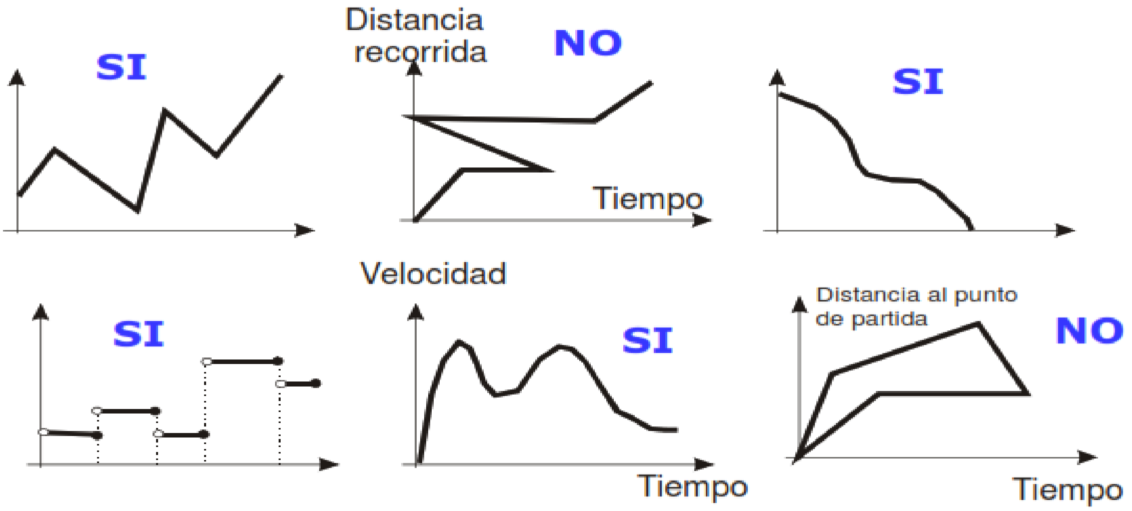
UNIDAD 6-7: EJERCICIOS FUNCIONES, AFINES Y CUADRÁTICAS

Ejercicio 1:

De las siguientes gráficas, ¿cuáles corresponden a funciones y cuáles no?



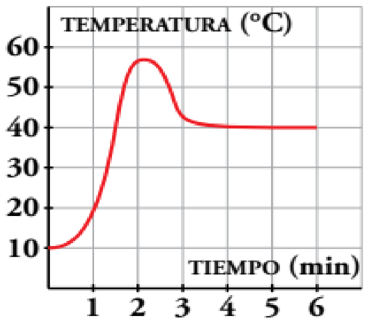
Ejercicio 2:

Esta gráfica describe la temperatura a la que sale el agua de un grifo que se mantiene un rato abierto.

a) ¿Cuáles son las dos variables?

b) Explica por qué es una función.

c) ¿Cuáles son el dominio de definición y el recorrido?



a) Variable independiente $\rightarrow$ tiempo (min)

Variable dependiente $\rightarrow$ temperatura (°C)

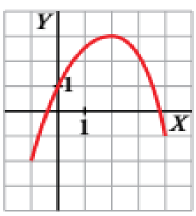
b) Para cada valor del tiempo hay un único valor de temperatura.

c) Dominio = [0, 6]; Recorrido = [10, 58]

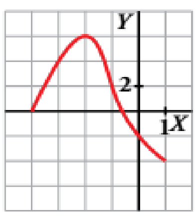
Ejercicio 3:

Indica el dominio y el recorrido de estas funciones:

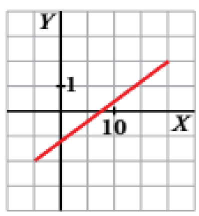
a)



b)



c)



a) $Dom\ f = [-1, 4]$

$Rec\ f = [-2, 3]$

b) $Dom\ f = [-4, 1]$

$Rec\ f = [-4, 6]$

c) $Dom\ f = [-5, 20]$

$Rec\ f = [-2, 2]$

Ejercicio 4:

- La gráfica siguiente nos muestra la variación de la estatura de Laura con relación a su edad.

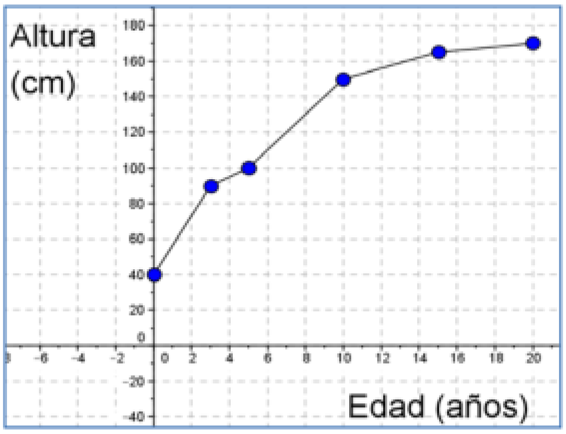
Observando la gráfica contesta a las siguientes preguntas:

a) ¿A qué edad medía 1 metro?

b) ¿Cuánto medía al nacer?

c) ¿Cuánto medía a los 10 años? ¿Y a los 20?

d) ¿En qué periodo creció menos?



olución:

a) Mirando a la gráfica observamos que el punto (5, 100) es el que nos piden pues la ordenada es 100 (1 metro), luego Laura tenía 5 años.

b) El punto que representa el nacimiento es el (0, 40), luego midió 40 centímetros

c) Del mismo modo observamos que a los 10 años medía 155 centímetros y a los 20 años 170.

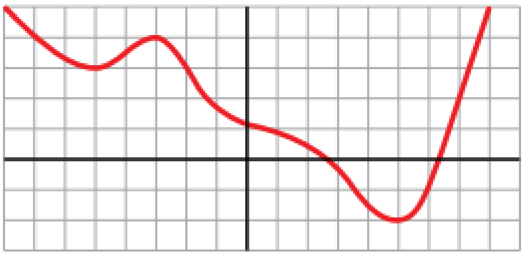
d) En la gráfica observamos que el tramo menos inclinado es el que va de los 15 a los 20 años, eso quiere decir que en ese tramo Laura creció menos.

Ejercicio 5:

Observa la función de la derecha y responde:

a) ¿En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente?

b) ¿Cuáles son sus máximos y sus mínimos relativos?



a) Crece en $(-5, -3) \cup (5, +\infty)$.

Decrece en $(-\infty, -5) \cup (-3, 5)$.

b) Máximo relativo en el punto $(-3, 5)$.

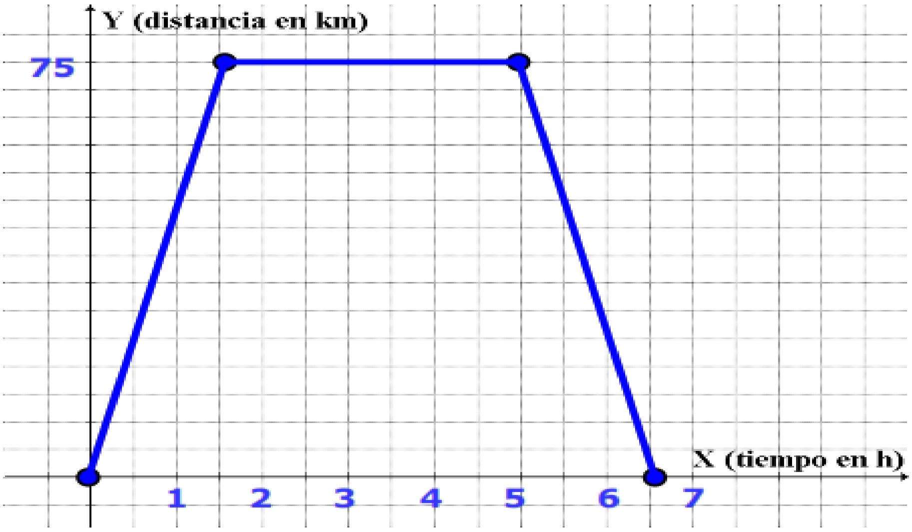
Mínimos relativos en los puntos $(-5, 3)$ y $(5, -2)$.

Ejercicio 6:

Un grupo de estudiantes de Iznalloz hace una excursión a Sierra Nevada que está a 75 km del instituto tardando hora y media en llegar.

Están allí tres horas y media y regresan tardando igual en la ida que en la vuelta

Dibuja la gráfica tiempo-distancia al instituto del autobús usando escalas adecuadas.

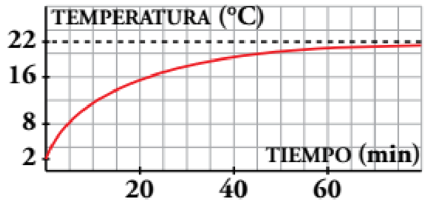


Ejercicio 7:

Hemos sacado de la nevera un vaso con agua. Esta gráfica muestra la temperatura del agua (en grados centígrados) al pasar el tiempo:

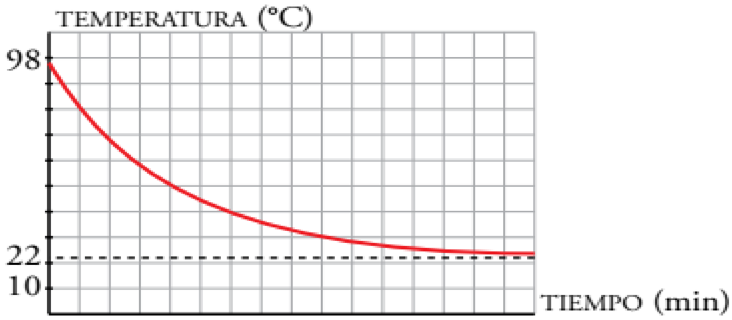
a) ¿Qué temperatura hay dentro de la nevera? ¿Y fuera?

b) Sacamos del microondas un vaso con agua a 98 °C. Dibuja una gráfica que muestre la temperatura del agua al pasar el tiempo.



a) Dentro de la nevera hay 2 °C y fuera 22 °C.

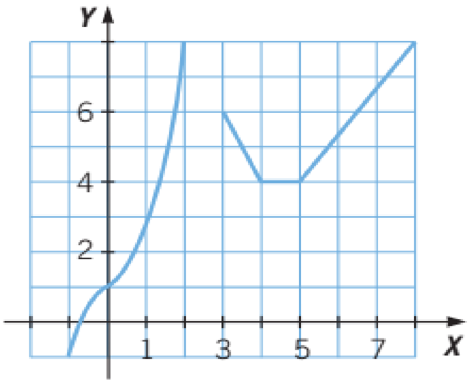
b)



Ejercicio 8:

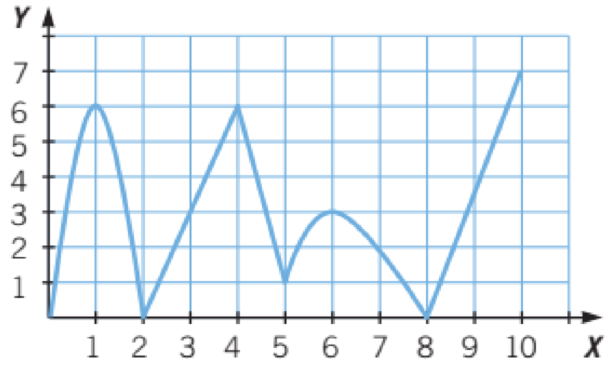
Analiza el crecimiento de la función.

La función es creciente en [−1, 2] y en [5, 8], es decreciente en [3, 4] y es constante en (4, 5).



Ejercicio 9:

Observa la gráfica correspondiente a esta función.



a) Señala su dominio y recorrido.

b) ¿Es una función continua?

c) Estudia su crecimiento y decrecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos, si los tiene.

a) Dom $f = [0, 10]$; Im $f = [0, 7]$

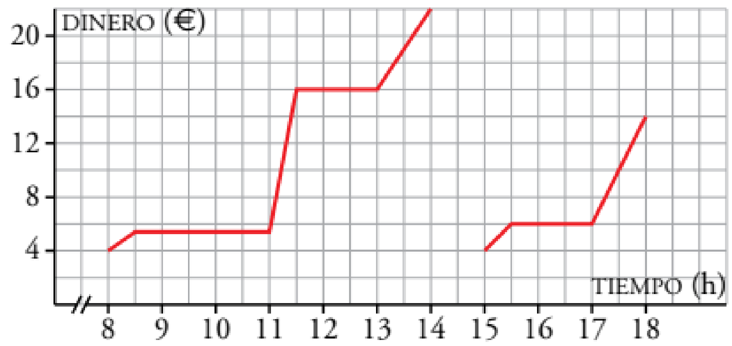
b) Es continua en todo su dominio.

c) Es creciente en $[0, 1] \cup [2, 4] \cup [5, 6] \cup [8, 10]$.
Es decreciente en $[1, 2] \cup [4, 5] \cup [6, 8]$.

d) Presenta máximos en $x = 1$, $x = 4$ y $x = 6$.
Presenta mínimos en $x = 2$, $x = 5$ y $x = 8$.

Ejercicio 10:

En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En esta gráfica se ve la cantidad de dinero que hay en su caja a lo largo de un día:



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?

d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

e) ¿Es esta una función continua o discontinua?

a) Las clases de la mañana empiezan a las ocho y media.

b) El recreo es a las 11 y dura media hora.

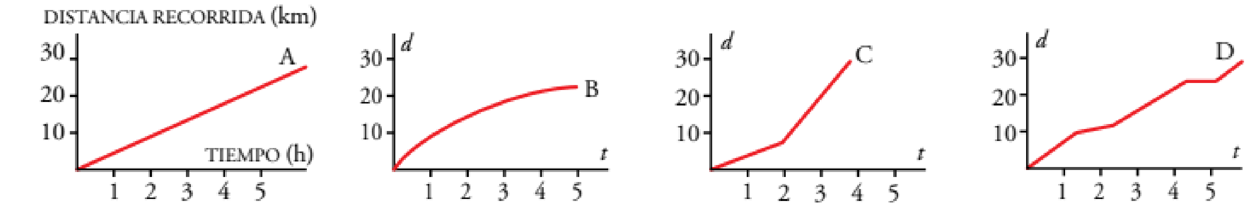
c) Por la mañana, los ingresos fueron de 22 €.

d) Por la tarde, las clases empiezan a las tres y media y terminan a las cinco.

e) Es una función discontinua.

Ejercicio 11:

Las siguientes gráficas nos muestran la marcha de cuatro montañeros:



a) Describe el ritmo de cada uno.

b) ¿Quién recorre menos camino?

c) ¿Quién camina durante menos tiempo?

a) El montañero A lleva un ritmo constante.

El montañero B va decreciendo el ritmo según avanza el tiempo.

El montañero C comienza a un ritmo y a las dos horas acelera hasta que se para a las cuatro horas.

El montañero D va alternando un ritmo rápido con un ritmo más lento.

b) El montañero B recorre menos camino, recorre 20 km aproximadamente.

c) El montañero C camina durante menos tiempo, camina casi cuatro horas.

Ejercicio 12:

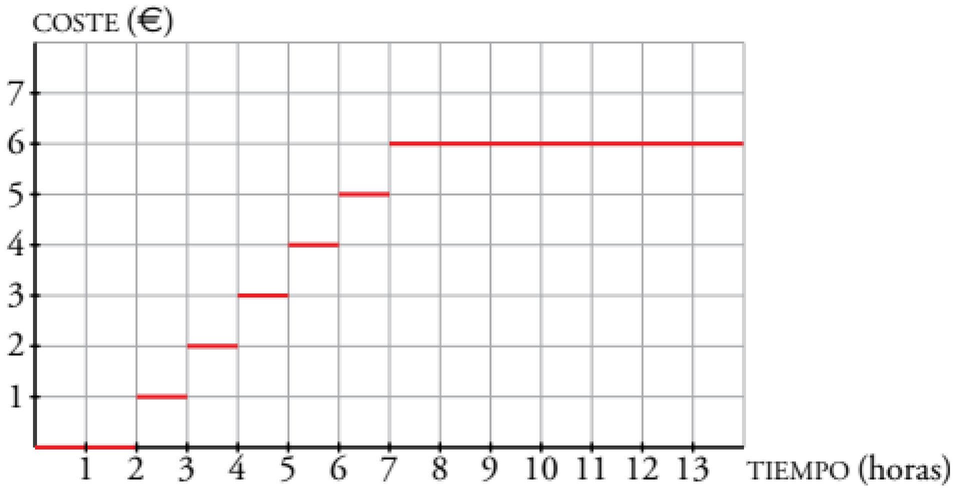
Un aparcamiento tiene la siguiente tarifa de precios:

PRECIO DESDE LAS 9 HORAS HASTA LAS 22 HORAS

- ***Las dos primeras horas .... gratuito***
- ***3.ª hora o fracción y sucesivas....... 1 €***
- ***Máximo diario .... 6 €***

Representa la gráfica de la función:

tiempo de aparcamiento-coste



Ejercicio 13:

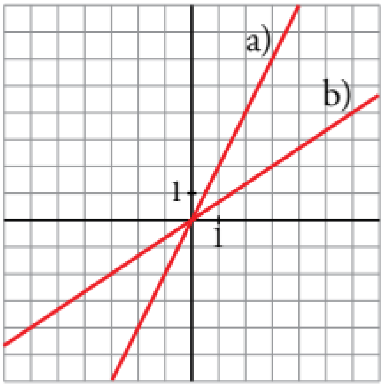
Representa:

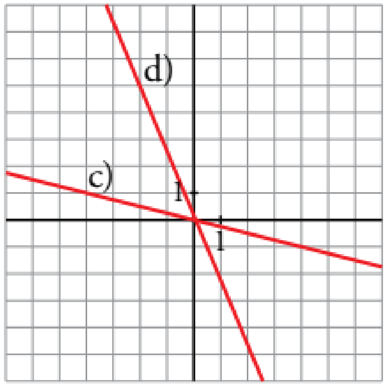
a) $y = 2x$

b) $y = \frac{2}{3}x$

c) $y = -\frac{1}{4}x$

d) $y = -\frac{7}{3}x$





Ejercicio 14:

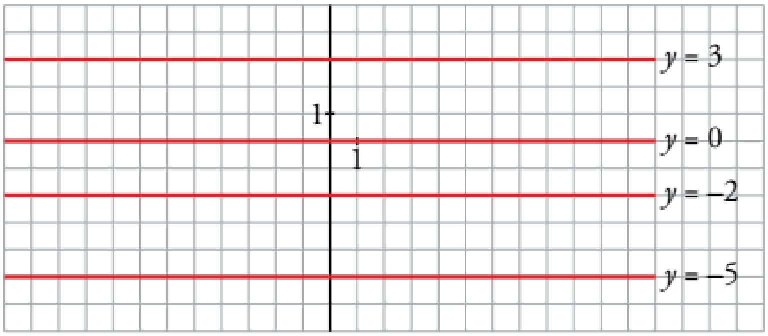
Representa:

a) $y = 3$

b) $y = -2$

c) $y = 0$

d) $y = -5$



Ejercicio 15:

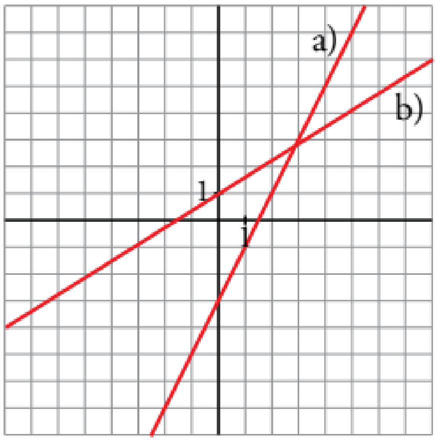
Representa:

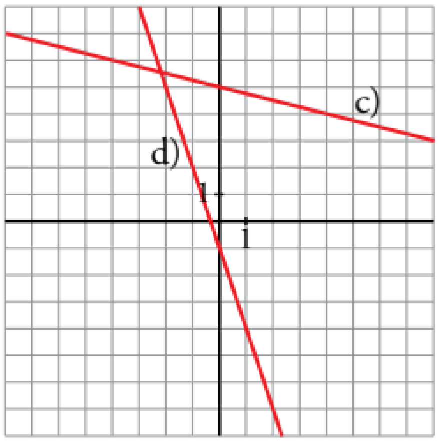
a) $y = 2x - 3$

b) $y = \frac{2}{3}x + 2$

c) $y = -\frac{1}{4}x + 5$

d) $y = -3x - 1$





Ejercicio 16:

Indica si las funciones son lineales y, en ese caso, determina su pendiente y su crecimiento o decrecimiento.

a) $y = 3x - 4$ c) $y = \frac{3}{4}x$ e) $y = \frac{4}{x}$

b) $y = 5x$ d) $y = \frac{1}{3}x + 2$ f) $y = x^2$

a) No es lineal. c) Lineal y creciente, $m = 3/4$. e) No es lineal.

b) Lineal y creciente, $m = 5$. d) No es lineal. f) No es lineal.

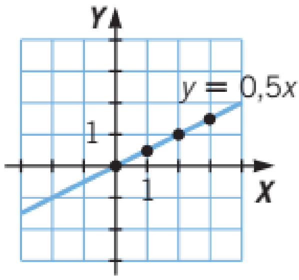
Ejercicio 17:

Obtén una tabla de valores y representa las siguientes funciones lineales.

a) $y = 0{,}5x$ **b)** $y = -2x$ **c)** $y = 4x$ **d)** $y = x$ **e)** $y = -0{,}5x$ **f)** $y = 10x$

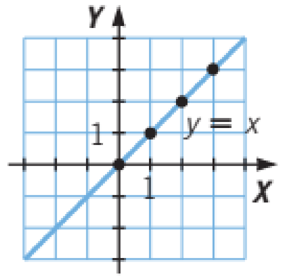
a)

x	0	1	2	3
y	0	0,5	1	1,5



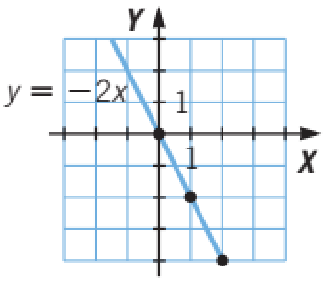
d)

x	0	1	2	3
y	0	1	2	3



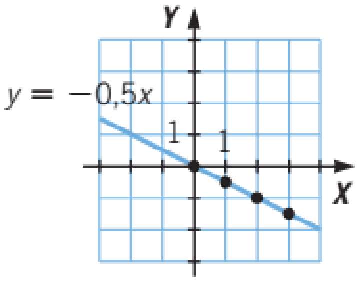
b)

x	0	1	2	3
y	0	−2	−4	−6



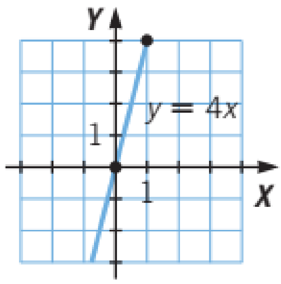
e)

x	0	1	2	3
y	0	−0,5	−1	−1,5



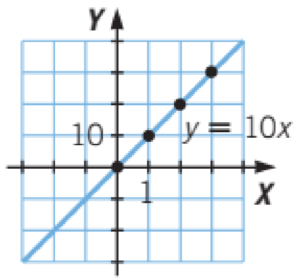
c)

x	0	1	2	3
y	0	4	8	12



f)

x	0	1	2	3
y	0	10	20	30



Ejercicio 18:

Indica si estas funciones son afines, y determina su pendiente y su ordenada.

a) $y = 3x - 4$ **b)** $y = \frac{-2}{5}x + 3$ **c)** $y = x^2 - 5$ **d)** $y = \frac{2}{x} + 1$

a) Es afín: $m = 3$, $n = -4$

b) Es afín: $m = -\frac{2}{5}$, $n = 3$

c) No es afín.

d) No es afín.

Ejercicio 19:

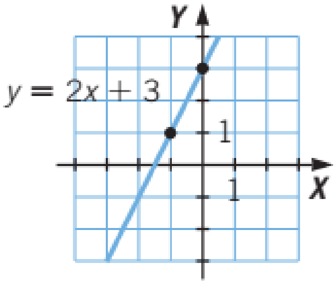
Obtén una tabla de valores y representa estas funciones afines.

a) $y = 2x + 3$ **c)** $y = -3x + 1$ **e)** $y = 5x - 5$

b) $y = -x + 4$ **d)** $y = x + 3$ **f)** $y = 0{,}5x + 3$

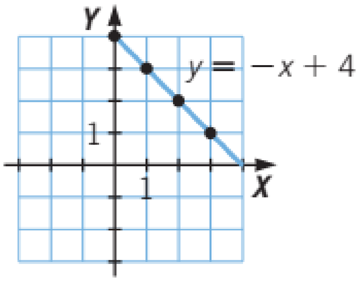
a)

x	0	1	2	3
y	3	5	7	9



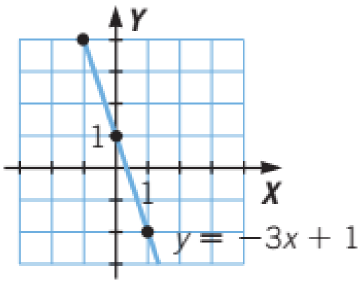
b)

x	0	1	2	3
y	4	3	2	1



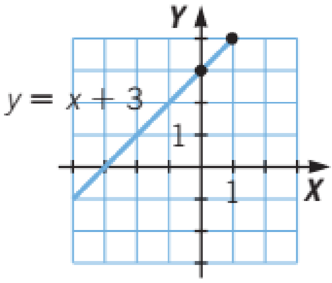
c)

x	0	1	2	3
y	1	−2	−5	−8



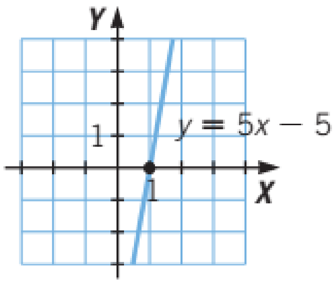
d)

x	0	1	2	3
y	3	4	5	6



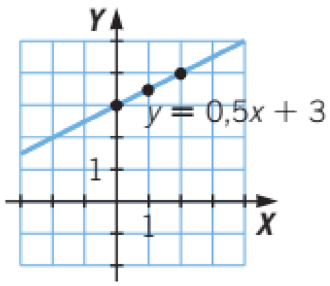
e)

x	0	1	2	3
y	−5	0	5	10



f)

x	0	1	2	3
y	3	3,5	4	4,5



Ejercicio 20:

Representa las siguientes parábolas:

a) $y = x^2 - 2x + 2$ **b)** $y = -2x^2 - 2x - 3$ **c)** $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 2$

d) $y = -x^2 + 4$ **e)** $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ **f)** $y = 3x^2 + 6x + 4$

a) $y = x^2 - 2x + 2$

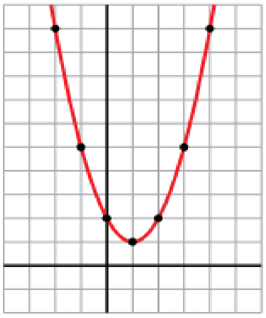
Vértice:

Abscisa: $p = \dfrac{2}{2} = 1 \rightarrow$ Ordenada: $f(1) = 1 \rightarrow V(1, 1)$

Tabla de valores:

x	–2	–1	0	1	2	3	4
y	10	5	2	1	2	5	10

Vemos que a medida que las abscisas se alejan del vértice, las ordenadas correspondientes crecen, por lo tanto, la parábola no cortará al eje X.



b) $y = -2x^2 - 2x - 3$

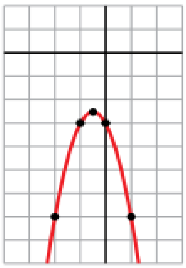
Vértice:

Abscisa: $p = \dfrac{2}{-4} = -\dfrac{1}{2} \rightarrow$ Ordenada: $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{5}{2} \rightarrow V\left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{5}{2}\right)$

Tabla de valores:

x	–2	–1	$-\frac{1}{2}$	0	1
y	–7	–3	$-\frac{5}{2}$	–3	–7

A medida que las abscisas se alejan del vértice, las ordenadas correspondientes decrecen, por tanto, la gráfica no corta al eje X.



c) $y = \dfrac{1}{3}x^2 + x - 2$

Vértice:

Abscisa: $p = \dfrac{-1}{2/3} = -\dfrac{3}{2} \rightarrow$ Ordenada: $f\left(-\dfrac{3}{2}\right) = -\dfrac{11}{4} \rightarrow V\left(-\dfrac{3}{2}, -\dfrac{11}{4}\right)$

Tabla de valores:

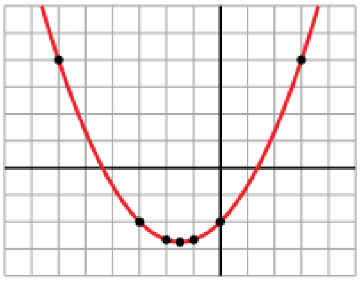
x	–6	–3	–2	$-\frac{3}{2}$	–1	0	3
y	4	–2	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{11}{4}$	$-\frac{8}{3}$	–2	4

$$y = 0 \;\rightarrow\; \frac{1}{3}x^2 + x - 2 = 0 \;\rightarrow\; x^2 + 3x - 6 = 0 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 24}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2} = \begin{cases} x = \dfrac{-3 + \sqrt{33}}{2} \\[2ex] x = \dfrac{-3 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}$$

La parábola corta al eje de abscisas

en $\left(\dfrac{-3 + \sqrt{33}}{2}, 0\right)$ y $\left(\dfrac{-3 - \sqrt{33}}{2}, 0\right)$.



$y = \frac{1}{3}x^2 + x - 2$

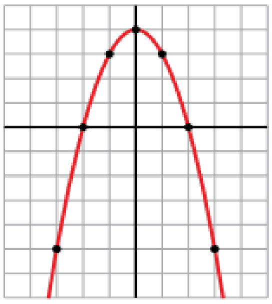
d) $y = -x^2 + 4$

Vértice: Abscisa: $p = \dfrac{0}{-2} = 0 \;\rightarrow$ Ordenada: $f(0) = 4 \;\rightarrow\; V(0, 4)$

Tabla de valores:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–5	0	3	4	3	0	–5

Observamos que obtenemos en la tabla todos los cortes con los ejes:



$y = -x^2 + 4$

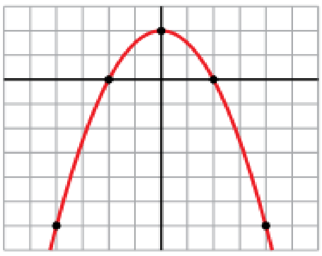
e) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

Vértice: Abscisa: $p = \dfrac{0}{-1} = 0 \;\rightarrow$ Ordenada: $f(0) = 2 \;\rightarrow\; V(0, 2)$

Tabla de valores:

x	–4	–2	0	2	4
y	–6	0	2	0	–6

Obtenemos en la tabla todos los puntos de corte con los ejes:



$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

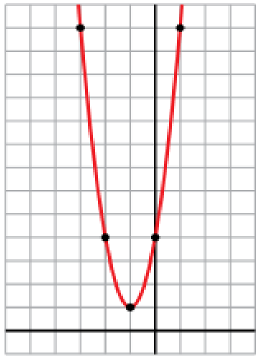
f) $y = 3x^2 + 6x + 4$

Vértice: Abscisa: $p = \dfrac{-6}{6} = -1 \rightarrow$ Ordenada: $f(-1) = 1 \rightarrow V(-1, 1)$

Tabla de valores:

x	–3	–2	–1	0	1
y	–13	4	1	4	13

Los valores de las ordenadas crecen a medida que las abscisas se alejan del vértice, por tanto, la parábola no corta al eje X.



<u>Ejercicio 21</u>:

Representa las siguientes parábolas, hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes:

a) $y = (x + 2)^2$ **b)** $y = x^2 - 4x$ **c)** $y = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ **d)** $y = x^2 - 9$

a) Vértice: (–2, 0)

Cortes con los ejes:

(–2, 0), (0, 4)

Otros puntos: (–1, 1), (–3, 1)

b) Vértice: (2, –4)

Cortes con los ejes:

(0, 0), (4, 0)

Otros puntos: (5, 5), (–1, 5)

c) Vértice: (–2, –1)

Cortes con los ejes:

$\left(-\sqrt{2} - 2, 0\right), \left(\sqrt{2} - 2, 0\right), (0, 1)$

Otros puntos: $\left(1, \dfrac{7}{2}\right), \left(-5, \dfrac{7}{2}\right)$

d) Vértice: (0, –9)

Cortes con los ejes:

(–3, 0), (3, 0), (0, –9)

Otros puntos: (–2, –5), (2, –5)