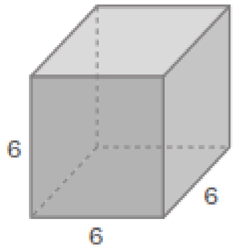
UNIDAD 9: GEOMETRÍA DEL ESPACIO

EJERCICIOS RESUELTOS

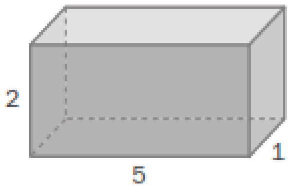
Ejercicio 1:

Calcula el área de los ortoedros cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.

a)



b)



a) El cuerpo es un cubo:

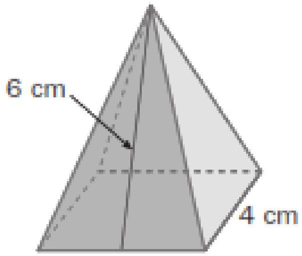
$A = 6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 6 \cdot 36 = 216\ cm^2$.

b) $A = 2ab + 2ac + 2bc = 2 \cdot (5 \cdot 2) + 2 \cdot (5 \cdot 1) + 2 \cdot (1 \cdot 2) = 20 + 10 + 4 = 34\ cm^2$

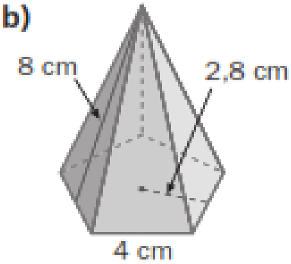
Ejercicio 2:

Calcula el área total de las siguientes pirámides.

a)



b)



a) Calculamos el área lateral y de la base:

$A_{LATERAL} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48\ cm^2$

$A_{BASE} = l^2 = 4 \cdot 4 = 16\ cm^2$

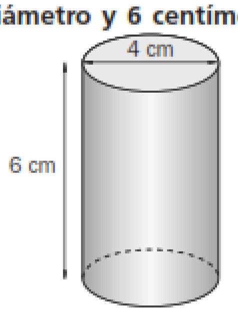
$A_{TOTAL} = 48\ cm^2 + 16\ cm^2 = 64\ cm^2$

b) Como la pirámide es regular, aplicamos la fórmula:

$A_{TOTAL} = \frac{1}{2}p(a + A) = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 5) \cdot (2,8 + 8) = 10 \cdot 10,8 = 108\ cm^2$

Ejercicio 3:

Dibuja un cilindro de 4 centímetros de diámetro y 6 centímetros de altura. Calcula su área total.



$$A_{TOTAL} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3,14 \cdot 2^2 = 75,36 + 25,12 = 100,48\ cm^2$$

Ejercicio 4:

El diámetro de un cilindro mide 5 centímetros, y su altura, el triple del radio. Calcular la superficie lateral.

Radio: 2,5 cm

Altura: $3 \cdot 2,5 = 7,5$ cm

$A_{LATERAL} = 2\pi r \cdot h = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 \cdot 7,5 = 117,75 \text{ cm}^2$

Ejercicio 5:

El radio de un cono mide 2,5 centímetros, y la generatriz, 7. Calcula su área total.

$A_{TOTAL} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3,14 \cdot 2,5 \cdot 7 + 3,14 \cdot 7^2 = 54,95 + 153,86 = 208,81 \text{ cm}^2$

Ejercicio 6:

Calcula el área de las esferas cuyo radio se indica.

a) 2 cm **b) 4,75 dm** **c) 0,5 m**

a) Radio: 2 cm.

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 2^2 = 50,24 \text{ cm}^2$

b) Radio: 4,75 dm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 4,75^2 = 283,385 \text{ dm}^2$

c) Radio: 0,5 m

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2 = 3,14 \text{ m}^2$

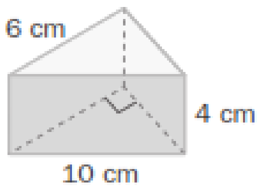
Ejercicio 7:

Calcula el volumen de un prisma hexagonal regular, siendo el lado de su base 8 centímetros, la apotema 7 centímetros, y la altura del prisma 20 centímetros.

$$V = A_{BASE} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(8 \cdot 6) \cdot 7}{2} \cdot 20 = 3360 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 8:

Calcula el volumen del prisma de la figura.



$V = A_{BASE} \cdot altura$

Con Pitágoras obtenemos el otro cateto del triángulo de la base:

$10^2 = 6^2 + a^2 \rightarrow 100 = 36 + a^2 \rightarrow a = \sqrt{64} = 8$

$$V = \frac{8 \cdot 6}{2} \cdot 4 = 96 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 9:

Calcula el volumen en metros cúbicos de una esfera cuyo diámetro mide 100 centímetros.

Radio: $100 \text{ cm} : 2 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,5^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,125 = 0,523 \text{ m}^3$$

Ejercicio 10:

La circunferencia de un balón reglamentario de voleibol mide 65 centímetros. Calcula el volumen de dicho balón.

Longitud de la circunferencia (máxima): $l = 2\pi \cdot r = 65 \Rightarrow r = \frac{65}{2\pi} = \frac{65}{6,28} = 10,35$ cm

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 10,35^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1108,72 = 4641,84 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 11:

Queremos hacer un tetra brik de base cuadrada de 6 centímetros de lado y con capacidad de medio litro. ¿Cuánto cartón necesitamos?

0,5 litros $= 500\ cm^3$

$V = A_{BASE} \cdot h \rightarrow 500 = 6 \cdot 6 \cdot h \rightarrow 500 = 36 \cdot h \rightarrow h = \frac{500}{36} = 13{,}89$ cm

La altura del *tetra brik* es aproximadamente de 14 cm.

El área total que necesitamos es: $6 \cdot 4 \cdot 14 + 2 \cdot 6 \cdot 6 = 336 + 72 = 408\ cm^2$.

Ejercicio 12:

Calcula el área lateral de los prismas regulares hexagonales, sabiendo el lado de la base y la altura del prisma.

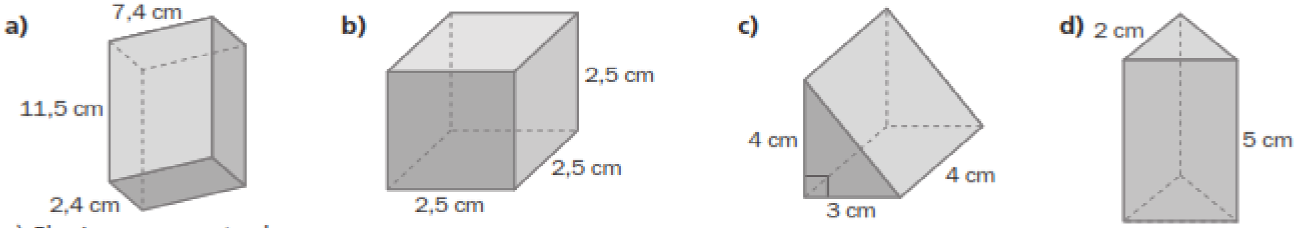
a) l = 5 cm h = 3 cm
b) l = 1 cm h = 1 cm
c) l = 2 cm h = 10 cm
d) l = 1,5 cm h = 9 cm

Aplicamos la fórmula: $A_{LATERAL} = p \cdot h$:

a) $90\ cm^2$ b) $6\ cm^2$ c) $120\ cm^2$ d) $81\ cm^2$

Ejercicio 13:

Calcula el área total de los prismas representados en las figuras.



a) El prisma es un ortoedro.

$A = 2ab + 2bc + 2ac = 2 \cdot 2{,}4 \cdot 7{,}4 + 2 \cdot 11{,}5 \cdot 7{,}4 + 2 \cdot 2{,}4 \cdot 11{,}5 = 260{,}92\ cm^2$

b) El prisma es un cubo.

$A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2{,}5^2 = 6 \cdot 6{,}25 = 37{,}5\ cm^2$

c) Hipotenusa del triángulo rectángulo:

$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ cm

$A_{LATERAL} = p \cdot h = (3 + 4 + 5) \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48\ cm^2$

$A_{BASES} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\right) = 12\ cm^2$

$A_{TOTAL} = 48 + 12 = 60\ cm^2$

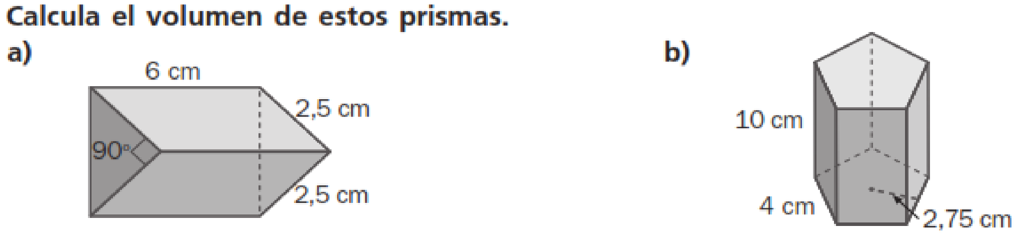
d) Altura del triángulo de la base:

$a = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} = 1{,}73$ cm $\quad A_{BASE} = \frac{2 \cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73\ cm^2$

$A_{TOTAL} = p \cdot h + 2 \cdot A_{BASE} = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 1{,}73 = 30 + 3{,}46 = 33{,}46\ cm^2$

Ejercicio 14:

Calcula el volumen de estos prismas.



a) $V = A_{BASE} \cdot h = \left(\frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5\right) \cdot 6 = 18{,}75\ cm^3$

b) $V = A_{BASE} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(4 \cdot 5) \cdot 2{,}75}{2} \cdot 10 = 275\ cm^3$

Ejercicio 15:

Calcula el volumen de un cilindro de12 centímetros de diámetro y de altura igual a la mitad del radio.

Radio: $r = 12 : 2 = 6$ cm

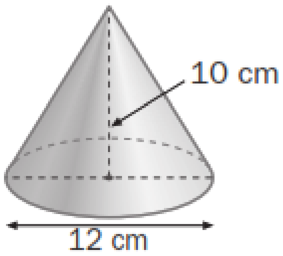
Altura: $h = 6 : 2 = 3$ cm

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 3 = 3{,}14 \cdot 36 \cdot 3 = 339{,}12 \text{ cm}^3$

Ejercicio 16:

Halla el volumen del cono

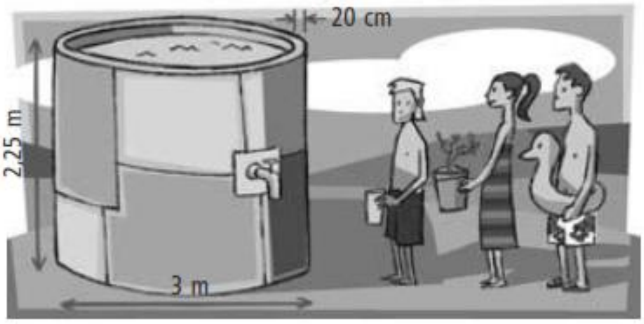
a)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 10 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 36 \cdot 10 = 376{,}8 \text{ cm}^3$

Ejercicio 17:

Las dimensiones de un depósito cilíndrico son las especificadas en la figura. Calcula la capacidad del recipiente en litros.



Diámetro del cilindro interior: $3 \text{ m} - 2 \cdot 20 \text{ cm} = 3 \text{ m} - 40 \text{ cm} = 3 \text{ m} - 0{,}40 \text{ m} = 2{,}6 \text{ m}$

Radio del cilindro interior: $2{,}6 : 2 = 1{,}3$ m

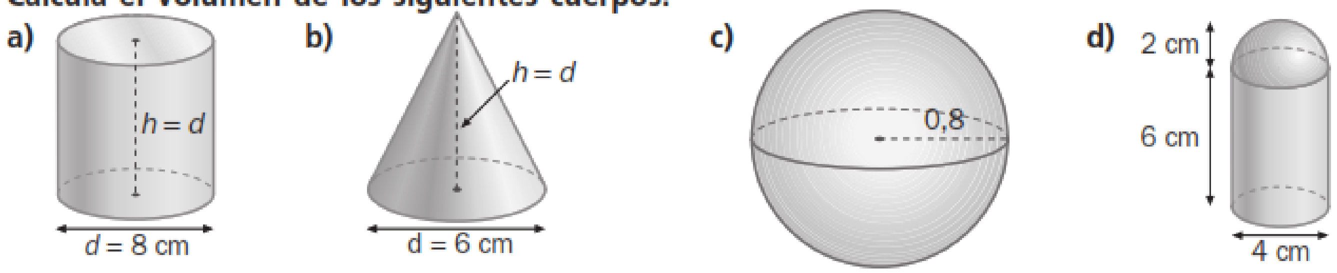
Altura del cilindro interior: $2{,}25 \text{ m} - 20 \text{ cm} = 2{,}25 \text{ m} - 0{,}20 \text{ m} = 2{,}05 \text{ m}$

Volumen del cilindro interior: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 1{,}3^2 \cdot 2{,}05 = 3{,}14 \cdot 1{,}69 \cdot 2{,}05 = 10{,}8785 \text{ m}^3$

Capacidad del depósito: $10{,}8785 \text{ m}^3 = 10\,878{,}5 \text{ dm}^3 \cong 10\,879 \text{ L}$

Ejercicio 18:

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos.



a) Radio: $r = 8 : 2 = 4$ cm.

Altura: $h = d = 8$ cm

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 8 = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 8 = 401{,}92\ cm^3$

b) Radio: $r = 6 : 2 = 3$ cm

Altura: $h = d = 6$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 6 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 6 = 56{,}52\ cm^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^3 = 2{,}14\ cm^3$

d) Volumen del cuerpo = volumen del cilindro + volumen de la semiesfera

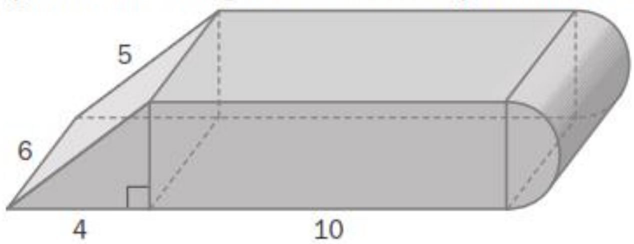
Volumen del cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 6 = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 6 = 75{,}36\ cm^3$

Volumen de la semiesfera: $V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3\right) = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 8 = 16{,}75\ cm^3$

Volumen del cuerpo: $75{,}36 + 16{,}75 = 92{,}11\ cm^3$

Ejercicio 19:

La figura representa una pieza de madera, que hay que recubrir con una capa de pintura. ¿Qué superficie hay que pintar? (Las longitudes vienen expresadas en centímetros.)



Área del cuerpo = área exterior del prisma triangular + área exterior del ortoedro + área del semicilindro.

Cateto del triángulo: $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm

Área exterior del prisma: $(6 \cdot 5) + (6 \cdot 4) + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 3)\right] = 30 + 24 + 12 = 66\ cm^2$

Área exterior del ortoedro: $2 \cdot (10 \cdot 3) + 2 \cdot (10 \cdot 6) = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 60 = 60 + 120 = 180\ cm^2$

Área del semicilindro: radio: $r = 3 : 2 = 1{,}5$ cm. Altura: $h = 6$ cm

$A = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot r^2) = \pi \cdot r \cdot h + \pi \cdot r^2$

$A = 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 6 + 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 = 28{,}26 + 7{,}065 = 35{,}325\ cm^2$

Área del cuerpo: $66 + 180 + 35{,}325 = 281{,}325\ cm^2$

Hay que pintar una superficie de $281{,}325\ cm^2$.