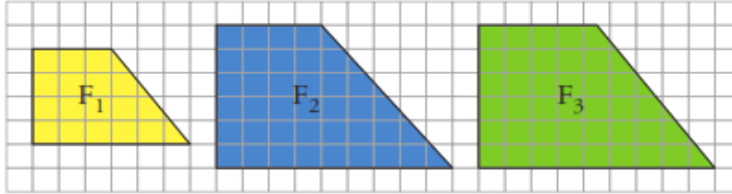


UNIDAD 6: SEMEJANZA

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1:

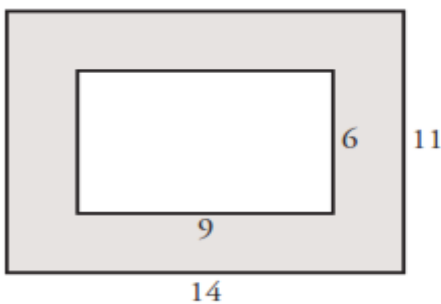
1 ■□□ ¿Cuáles de estas figuras son semejantes? ¿Cuál es la razón de semejanza?



F_1 es semejante a F_3 . La razón de semejanza es $\frac{3}{2}$.

Ejercicio 2:

3 ■□□ Una fotografía de 9 cm de ancha y 6 cm de alta tiene alrededor un marco de 2,5 cm de ancho. ¿Son semejantes los rectángulos interior y exterior del marco? Responde razonadamente.



$$\frac{14}{9} \neq \frac{11}{6} \rightarrow \text{No son semejantes.}$$

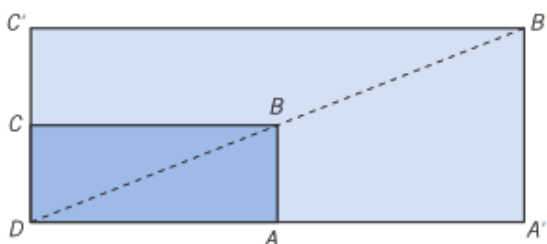
Ejercicio 3:

Ana ha dibujado dos cuadrados cuyos lados miden 1 y 3 cm, respectivamente. ¿Son semejantes? Calcula su razón de semejanza.

Todos los cuadrados son semejantes y, en este caso, la razón de semejanza es 3.

Ejercicio 4:

Dibuja un rectángulo semejante a otro, con razón 2, si el punto O es uno de sus vértices.



Ejercicio 5:

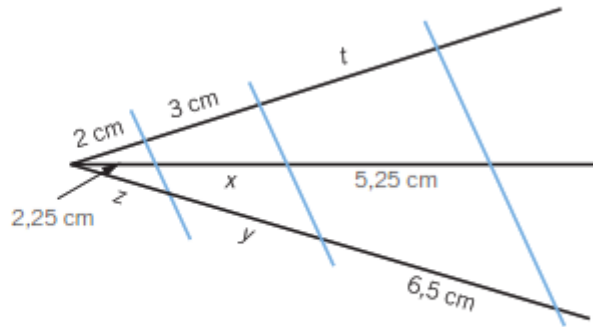
Calcula las distancias desconocidas.

$$\frac{2,25}{2} = \frac{x}{3} \rightarrow x = 3,375 \text{ cm}$$

$$\frac{2,25}{2} = \frac{5,25}{t} \rightarrow t = 4,6 \text{ cm}$$

$$\frac{6,5}{5,25} = \frac{z}{2,25} \rightarrow z = 2,79 \text{ cm}$$

$$\frac{6,5}{5,25} = \frac{y}{x} \rightarrow \frac{6,5}{5,25} = \frac{y}{3,375} \rightarrow y = 4,18 \text{ cm}$$

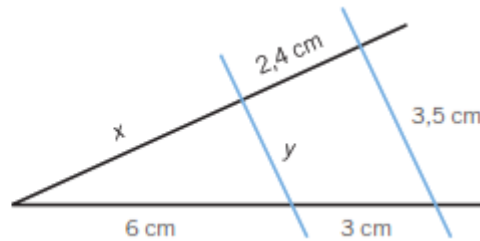


Ejercicio 6:

Halla las distancias que faltan.

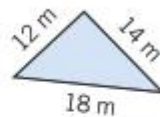
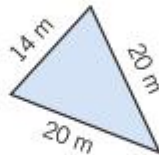
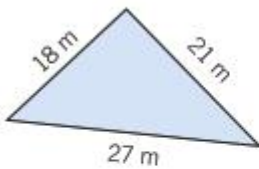
$$\frac{2,4}{3} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 4,8 \text{ cm}$$

$$\frac{3,5}{9} = \frac{y}{6} \rightarrow y = 2,3 \text{ cm}$$



Ejercicio 7:

Comprueba si los siguientes triángulos son semejantes o no.



Utilizando el segundo criterio de semejanza, se comprueba que son semejantes los triángulos primero y tercero, y su razón de semejanza

$$\text{es: } r = \frac{18}{12} = \frac{21}{14} = \frac{27}{18} = 1,5.$$

Ejercicio 8:

Razona la semejanza de dos triángulos si:

a) Sus lados miden 2, 4 y 6 cm, y 3, 6 y 9 cm, respectivamente.

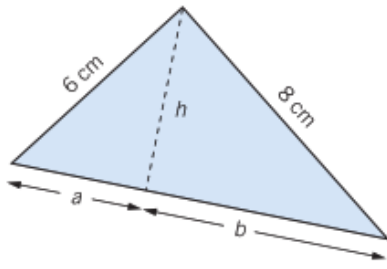
b) Son triángulos rectángulos isósceles.

a) Por el segundo criterio, son semejantes, porque sus lados son proporcionales.

b) Por el primer criterio, son semejantes, pues tienen sus ángulos iguales.

Ejercicio 9:

Calcula las medidas a , b y h .



$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ cm}$$

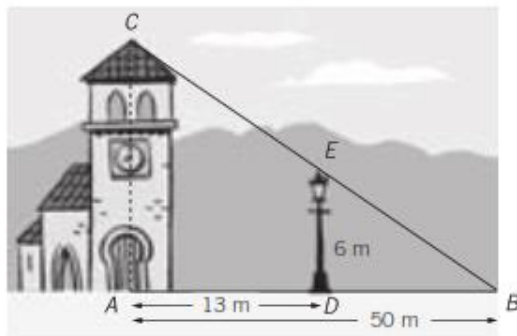
$$\frac{8}{10} = \frac{b}{8} \rightarrow b = 6,4 \text{ cm}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{a}{6} \rightarrow a = 3,6 \text{ cm}$$

$$\frac{6,4}{h} = \frac{h}{3,6} \rightarrow h^2 = 23,04 \rightarrow h = 4,8 \text{ cm}$$

Ejercicio 10:

Los triángulos \widehat{ABC} y \widehat{ADE} son semejantes.



a) Escribe la relación de semejanza que cumplen los triángulos.

b) Halla la altura de la torre.

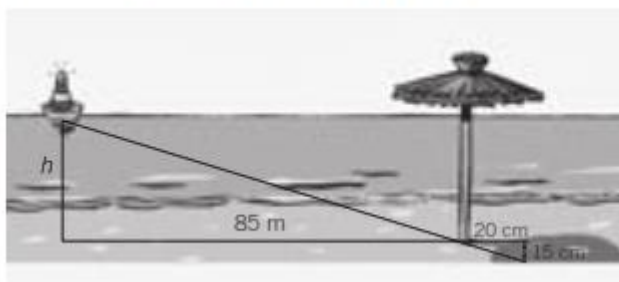
a) La razón de semejanza es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{50}{50 - 13} = 1,351$$

$$\text{b) } \frac{h}{50} = \frac{6}{50 - 13} \rightarrow h = \frac{50 \cdot 6}{37} = 8,1 \text{ m}$$

Ejercicio 11:

¿Qué distancia hay de la boya a la playa?

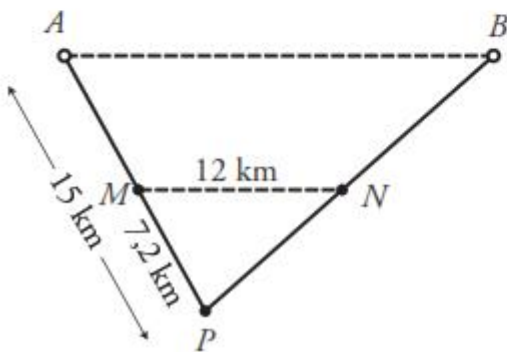
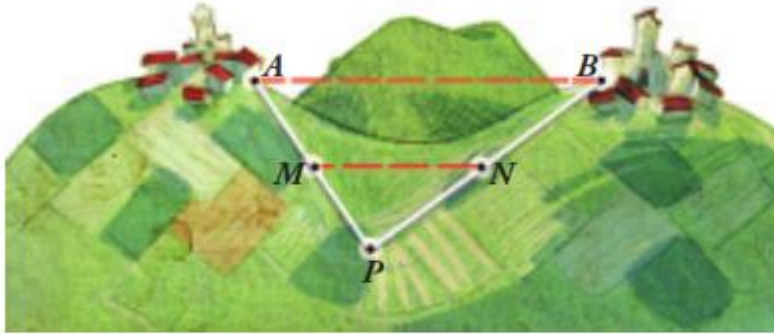


$$\frac{85}{h} = \frac{0,2}{0,15}$$

$$h = \frac{85 \cdot 0,15}{0,2} = 63,75 \text{ m}$$

Ejercicio 12:

Entre dos pueblos A y B hay una colina. Para medir la distancia AB fijamos un punto P desde el que se ven los dos pueblos y tomamos las medidas $AP = 15$ km, $PM = 7,2$ km y $MN = 12$ km. (MN es paralela a AB). Halla la distancia AB .



Los triángulos APB y MPN son semejantes.
Por tanto:

$$\frac{\overline{AB}}{12} = \frac{15}{7,2} \rightarrow \overline{AB} = \frac{15 \cdot 12}{7,2} = 25 \text{ km}$$

Ejercicio 13:

Las habitaciones de Luis y María son semejantes con razón de semejanza $3/4$. Luis tiene la habitación más grande; su superficie es de 16 m^2 . ¿Qué superficie tiene la habitación de María?

Área de la habitación de María = $r^2 \cdot$ área de la habitación de Luis.

$$\text{Área de la habitación de María} = (3/4)^2 \cdot 16 = 9 \text{ m}^2$$

Ejercicio 14:

En un bidón caben 100 L. ¿Cuántos litros caben en un bidón semejante, con razón de semejanza $r = 1,5$? (Recuerda: $100 \text{ L} = 100 \text{ dm}^3$)

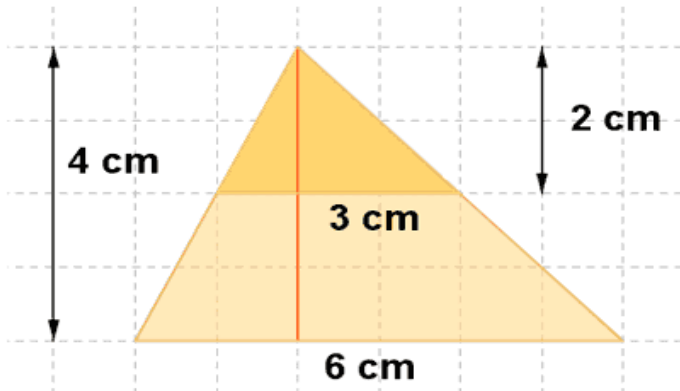
$$V_{\text{grande}} = r^3 \cdot V_{\text{pequeño}}$$

$$V_{\text{grande}} = (1,5)^3 \cdot 100 = 3,375 \cdot 100 = 337,5 \text{ dm}^3$$

En el bidón grande caben 337,5 L

Ejercicio 15:

Calcula la razón de semejanza de las áreas de los dos triángulos de la figura



$$\begin{cases} A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2 \\ A' = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{12}{3} = 4 = r^2 \Rightarrow r = 2$$

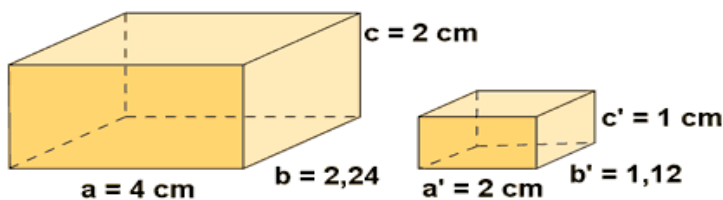
Ejercicio 16:

El volumen de una pirámide es de 250 cm^3 . Si es semejante a otra menor con razón de semejanza 6, halla el volumen de la segunda

$$\frac{250}{V'} = 6^3 \Rightarrow V' = \frac{250}{216} = 1,157 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 17:

Calcula la razón de semejanza de los dos volúmenes de la figura



$$\begin{cases} V = a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 2,24 \cdot 2 = 17,92 \text{ cm}^3 \\ V' = a' \cdot b' \cdot c' = 2 \cdot 1,12 \cdot 1 = 2,24 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{17,92}{2,24} = 8 = r^3 \Rightarrow r = 2$$

Ejercicio 18:

Un lado de un triángulo mide 10,5 m y el lado correspondiente de otro triángulo semejante mide 3,5 m. Si el perímetro del primer triángulo mide 12 m y el área mide 6 m^2

- a) ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo semejante?
- b) ¿Cuánto mide el área del triángulo semejante?

Calculamos la razón de semejanza entre los dos lados:

$$r = \frac{10,5}{3,5} = 3 = r$$

a) $\frac{P'}{P} = 3 = r \Rightarrow \frac{P'}{12} = 3 \Rightarrow P' = 3 \cdot 12 = 36 \text{ m}$

b) $\frac{A'}{A} = 3^2 = r^2 \Rightarrow \frac{A'}{6} = 3^2 \Rightarrow A' = 3^2 \cdot 6 = 54 \text{ m}^2$

Ejercicio 19:

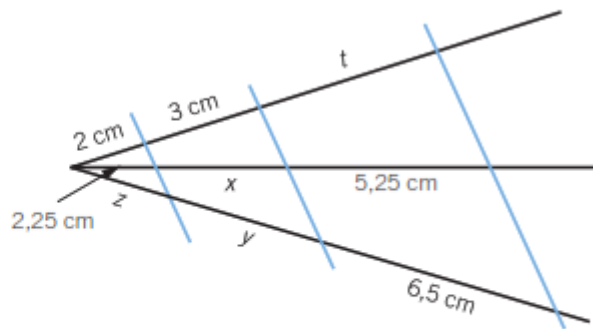
Calcula las distancias desconocidas.

$$\frac{2,25}{2} = \frac{x}{3} \rightarrow x = 3,375 \text{ cm}$$

$$\frac{2,25}{2} = \frac{5,25}{t} \rightarrow t = 4,6 \text{ cm}$$

$$\frac{6,5}{5,25} = \frac{z}{2,25} \rightarrow z = 2,79 \text{ cm}$$

$$\frac{6,5}{5,25} = \frac{y}{x} \rightarrow \frac{6,5}{5,25} = \frac{y}{3,375} \rightarrow y = 4,18 \text{ cm}$$

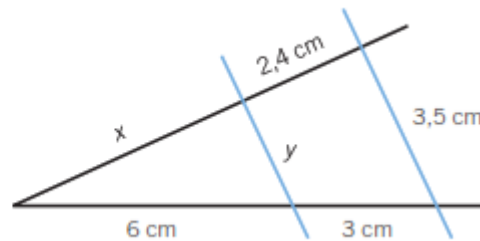


Ejercicio 20:

Halla las distancias que faltan.

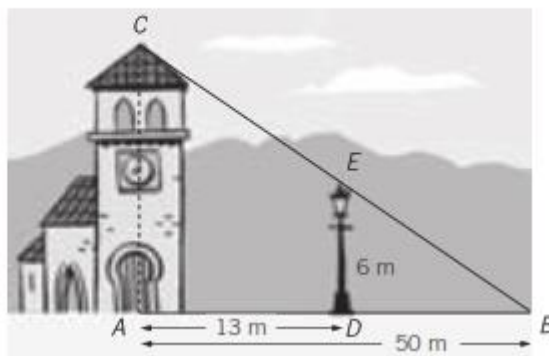
$$\frac{2,4}{3} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 4,8 \text{ cm}$$

$$\frac{3,5}{9} = \frac{y}{6} \rightarrow y = 2,3 \text{ cm}$$



Ejercicio 21:

Los triángulos \widehat{ABC} y \widehat{ADE} son semejantes.



a) Escribe la relación de semejanza que cumplen los triángulos.

b) Halla la altura de la torre.

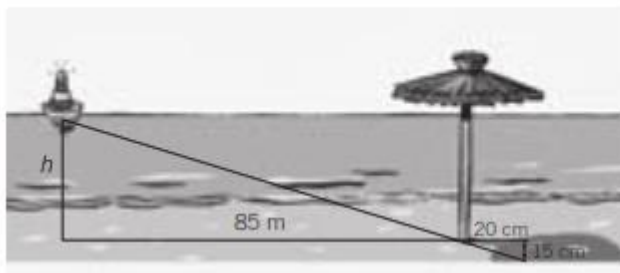
a) La razón de semejanza es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{50}{50 - 13} = 1,351$$

$$b) \frac{h}{50} = \frac{6}{50 - 13} \rightarrow h = \frac{50 \cdot 6}{37} = 8,1 \text{ m}$$

Ejercicio 22:

¿Qué distancia hay de la boya a la playa?



$$\frac{85}{h} = \frac{0,2}{0,15}$$

$$h = \frac{85 \cdot 0,15}{0,2} = 63,75 \text{ m}$$

Ejercicio 23:

1. Si en un plano de una ciudad, dos localidades están separadas por 25 cm. ¿Cuál sería la distancia entre las dos, si la escala del plano es 1:50000?

Solución:

Si 1 cm en el plano \rightarrow 50000 cm reales
 25 cm en el plano \rightarrow X

$$X = \frac{25 \text{ cm} * 50000 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 1.250.000 \text{ cm que equivalen a } 12,5 \text{ Km}$$

Ejercicio 24:

2. Un alumno va a realizar un plano de su habitación a escala 1:20. Si su habitación tiene 5m de largo. ¿Cuánto deberá medir el plano?

Solución:

Si 1 cm en el plano \rightarrow 20 cm reales
 X \rightarrow 5 m (500 cm) reales

$$X = \frac{1 \text{ cm} * 500 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 25 \text{ cm que equivalen a } 0,25 \text{ m}$$

Ejercicio 25:

3. Sobre una carta marina a escala 1:50000, se mide una distancia de 8,5 cm entre dos islotes. ¿Qué distancia real hay entre ambos en Km?

Solución:

Si 1 cm en el plano → 50000 cm reales
 8,5 cm en el plano → X

$$X = \frac{8,5 \text{ cm} * 50000 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 425.000 \text{ cm que equivalen a } 4,25 \text{ Km}$$

Ejercicio 26:

4. Una compañía de juguetes tiene planificado fabricar una representación a escala de un avión F-16 de 15 m de largo x 9,96 m de ancho alar. ¿Cuáles serían las medidas en cm en escala E = 1/48?

Solución:

E = D/R

Si 1 cm en el plano → 48 cm reales
 X → 15 m (1500 cm) reales (9,96 m alar)
 X_{alar} → 9,96 m (996 cm) reales

$$X = \frac{1 \text{ cm} * 1500 \text{ cm}}{48 \text{ cm}} = 31,2 \text{ cm}$$

$$X_{\text{alar}} = \frac{1 \text{ cm} * 996 \text{ cm}}{48 \text{ cm}} = 20,7 \text{ cm}$$

Ejercicio 27:

7. La distancia entre dos puntos representada en un mapa es de 32 mm. Si la leyenda del mismo indica que la escala a la que está realizado es de 1:50.000 ¿Cuál es la distancia entre estos dos puntos?

Solución:

Si 1 mm en el plano → 50000 mm reales
 32 mm en el plano → X

$$X = \frac{32 \text{ mm} * 50000 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} = 1.600.000 \text{ mm que equivalen a } 1,6 \text{ Km}$$

Ejercicio 28:

8. La maqueta de un velero está realizada a escala E 1/72, si el mástil mide 20 cm de altura
¿Cuánto mide el mástil?

Solución:

$$E = D/R$$

Si 1 cm en la maqueta → 72 cm reales

20 cm en la maqueta → X

$$X = \frac{20 \text{ cm} * 72 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 1.440 \text{ cm que equivalen a } 14,4 \text{ m}$$

Ejercicio 29:

Las dimensiones de un campo de fútbol son 70 y 100 m, respectivamente.
¿Cuál es la superficie de un balón hecho a escala 1:75?

La razón de semejanza es $r = \frac{1}{75}$.

$$A = r^2 \cdot A_{\text{real}} = \left(\frac{1}{75}\right)^2 \cdot 70 \cdot 100 = \frac{7.000}{75^2} = 1,244 \text{ m}^2$$

Ejercicio 30:

Si el volumen de un silo es de 45.000 m³, ¿cuál será el volumen de su maqueta a escala 1:40?

La razón de semejanza es: $r = \frac{1}{40} = 0,025$; ya que la escala es 1:40.

$$V = r^3 \cdot V_{\text{real}} = (0,025)^3 \cdot 45.000 = 0,000015625 \cdot 45.000 = 0,703125 \text{ m}^3$$

Ejercicio 31:

A Carlos le han regalado una maqueta de un barco a escala 1:100.

- a) Si el barco real desplaza 3.671 toneladas de agua, ¿cuánto desplazaría la maqueta?
- b) Si la superficie real mide 3.153 m², ¿cuánto mide la superficie de las velas de la maqueta?

La razón de semejanza es: $r = \frac{1}{100} = 0,01$.

a) $V = r^3 \cdot V_{\text{real}} = (0,01)^3 \cdot 3.671 = 0,000001 \cdot 3.671 = 0,003671$ toneladas
El barco de la maqueta desplaza 3,671 kg de agua.

b) $A = r^2 \cdot A_{\text{real}} = (0,01)^2 \cdot 3.153 = 0,0001 \cdot 3.153 = 0,3153 \text{ m}^2$

Ejercicio 32:

12. Tenemos una pieza que mide 1300 x 600 x 400 mm y se desea dibujar a E = 1:4,5 ¿Qué dimensiones tendrá el dibujo?

Solución:

$$E = D/R \rightarrow D = E \times R \rightarrow D = R/4,5$$

$$D_1 = \frac{1300 \text{ mm}}{4,5 \text{ mm}} = 288,89 \text{ mm}$$

$$D_2 = \frac{600 \text{ mm}}{4,5 \text{ mm}} = 13,33 \text{ mm}$$

$$D_3 = \frac{400 \text{ mm}}{4,5 \text{ mm}} = 88,89 \text{ mm}$$

Ejercicio 33:

13. Para los siguientes tipos de transporte indique cuál será la medida en centímetros según la escala indicada.

- a) Avión de 78 m de largo a escala 1/144
- b) Buque de 230 m de largo a escala 1/720
- c) Tanque de 15 m de largo a escala 1/35

Solución:

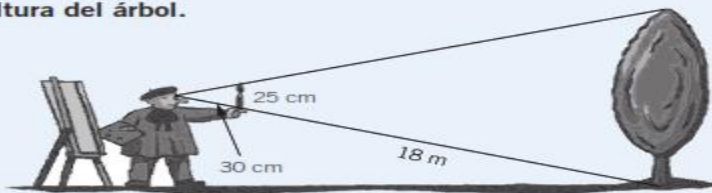
$$E = D/R \rightarrow D = E \times R$$

- a) $D = E \times R = 78/144 = 0,5416 \text{ m}$ que equivale a 54,16 cm
- b) $D = E \times R = 230/720 = 0,3194 \text{ m}$ que equivale a 31,94 cm
- c) $D = E \times R = 15/35 = 0,4285 \text{ m}$ que equivale a 42,85 cm

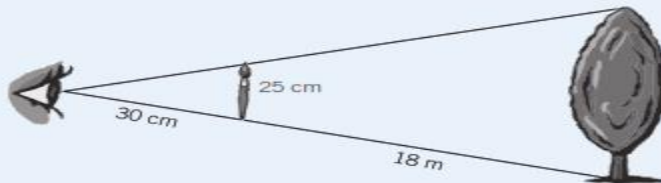
Ejercicio 34:

¿CÓMO SE CALCULAN DISTANCIAS POR EL MÉTODO DEL PINTOR?

Calcula la altura del árbol.



PRIMERO. Se forman dos triángulos en posición de Tales y se escribe la proporción.



$$\frac{0,25}{h} = \frac{0,3}{18}$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación que resulta.

$$\frac{0,25}{h} = \frac{0,3}{18} \rightarrow h = \frac{0,25 \cdot 18}{0,3} = 15 \text{ m}$$