

HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 10: GEOMETRÍA AFÍN DEL ESPACIO

Ejercicio 1: Considera los puntos $A(1,1,1)$, $B(2,2,2)$, $C(1,1,0)$ y $D(1,0,0)$,

- Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D .
- Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD .

Ejercicio 2: Sabiendo que las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-2y-z = a \\ 2x+z = a \end{cases}$ se cortan, determina a y el punto de corte.

Ejercicio 3: Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+z-a = 0 \\ y-az-1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x-y=b$.

- Determina a y b sabiendo que r está contenida en π .
- Halla la ecuación de un plano que contenga a r y sea perpendicular a π .

Ejercicio 4: Calcula a sabiendo que los planos $ax+y-7z=-5$ y $x+2y+a^2z=8$ se cortan en una recta que pasa por el punto $A(0,2,1)$ pero que no pasa por el punto $B(6,-3,2)$.

Ejercicio 5: Considera los tres planos $\pi_1 \equiv x+y+z=1$, $\pi_2 \equiv x-y+z=2$ y $\pi_3 \equiv 3x+y+3z=5$.
 ¿Se cortan π_1 y π_2 ? ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

Ejercicio 6: Dada la recta r definida por $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = -z+3$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$

- Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r .
- Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r .

Ejercicio 7: Sean los puntos $A(0,0,1)$, $B(1,0,-1)$, $C(0,1,-2)$ y $D(1,2,0)$

- Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A , B y C .
- Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

Ejercicio 8: De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos $A(2,-1,0)$, $B(-2,1,0)$ y $C(0,1,2)$.
 Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

Ejercicio 9: Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z = 6 \\ x+z = 3 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$

- Determina el punto de intersección de ambas rectas.
- Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Ejercicio 10: Considera los puntos $A(1,2,1)$ y $B(-1,0,3)$.

- Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales.
- Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB que pasa por A .

Ejercicio 11: Sean los puntos $A(1,1,1)$, $B(-1,2,0)$, $C(2,1,2)$ y $D(t,-2,2)$

- Determina el valor de t para que A, B, C y D sean coplanarios.
- Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B , que contenga al punto C .

Ejercicio 12: Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} x-2y+11 = 0 \\ 2y+z-19 = 0 \end{cases}$ y contiene a la recta

$$s \equiv \begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$$

Ejercicio 13: Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones:

$$x+y=1, \quad ay+z=0 \quad \text{y} \quad x+(1+a)y+az=a+1.$$

- ¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común?
- Para $a=0$, determina la posición relativa de los planos.

Ejercicio 14: Considera el punto $P(1,0,0)$, la recta r definida por $x-3 = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$ y la recta s definida por

$$(x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, 2, 0).$$

- Estudia la posición relativa de las dos rectas.
- Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s .

Ejercicio 15: Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-2y+3z=0 \end{cases}$

- Determina la ecuación del plano que contiene a r y no corta al eje OZ .
- Calcula la proyección ortogonal del punto $A(1,2,1)$ sobre la recta r .

Ejercicio 16: Los puntos $A(-2,3,1)$, $B(2,-1,3)$ y $C(0,1,-2)$ son los vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

- Halla las coordenadas del vértice D .
- Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC .
- Halla la ecuación del plano que contiene a paralelogramo.

Ejercicio 17: Sea la recta r dada por $\begin{cases} 2x+y-mz=2 \\ x-y-z=-m \end{cases}$ y el plano π definido por $x+my-z=1$.

- ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?
- ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?
- ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano para $m=0$?