

UNIDAD 3: EJERCICIOS POLINOMIOS**Ejercicio 1:**

¿Cuáles de los siguientes monomios son semejantes a $5x^2$?

$$7x^2, 5x^3, 5x, 5xy, x^2, 3x^2y$$

$7x^2$ y x^2 son semejantes a $5x^2$.

Ejercicio 2:

Di el grado de cada uno de estos polinomios:

a) $x^5 - 6x^2 + 3x + 1$

b) $5xy^4 + 2y^2 + 3x^3y^3 - 2xy$

c) $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3$

d) $2x^2 - 3x - 10$

a) Grado 5.

b) Grado 6

c) Grado 4.

d) Grado 2.

Ejercicio 3:

Calcular el valor numérico del polinomio $P(x)$ para el valor de x indicado:

a) $P(x)=x^2+1$, para $x=1$

b) $P(x)=x^3+1$, para $x=-1$

c) $P(x)=x^2+x+2$, para $x=2$

d) $P(x)=-x^2-x-2$, para $x=-2$

e) $P(x) = \frac{x^2}{2} - 5x + \frac{1}{5}$, para $x=-2$

f) $P(x) = x^3 + 2x + 3$, para $x=-1/2$

g) $P(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{5x}{3} + 1$, para $x=1/3$

h) $P(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{5x}{3} + 1$, para $x=0$

(Soluc: a) 2; b) 0; c) 8; d) -4; e) $61/5$; f) $15/8$; g) $25/18$; h) 1)

Ejercicio 4:

Calcula el valor numérico de la siguiente fracción para $x = 5$:

$$\frac{x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{5}{5^2 + 2 \cdot 5} = \frac{5}{25 + 10} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

Ejercicio 5:

Efectúa las siguientes sumas de monomios. Cuando el resultado no pueda simplificarse, déjalo indicado:

a) $7x - 3x + 8x + 5x - 10x + 2x$

b) $8x^2 - 5x^2 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{7}{3}x^2$

c) $x + 7x - x^2 + 3x + 5x^2 - 2x^2$

d) $4xy^2 - 9xy^2 + xy^2 + 3xy^2$

e) $9x^5 + y^2 + 6y^2 - 13x^5 - 5 + y^3$

a) $7x - 3x + 8x + 5x - 10x + 2x = 9x$

b) $8x^2 - 5x^2 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{7}{3}x^2 = \frac{17}{3}x^2$

c) $x + 7x - x^2 + 3x + 5x^2 - 2x^2 = 11x + 2x^2$

d) $4xy^2 - 9xy^2 + xy^2 + 3xy^2 = -xy^2$

e) $9x^5 + y^2 + 6y^2 - 13x^5 - 5 + y^3 = -4x^5 + 7y^2 - 5 + y^3$

Ejercicio 6:

Siendo $A = 5x^2$, $B = 4x$ y $C = -2x^2$, calcula:

a) $A + C$

b) $2A + 3C$

c) $A^2 - C$

d) $(A \cdot B) : C$

e) $(A : C) \cdot B$

f) $B^2 : C^2$

a) $5x^2 - 2x^2 = 3x^2$

b) $10x^2 - 6x^2 = 4x^2$

c) $25x^4 + 2x^2$

d) $(20x^3) : (-2x^2) = -10x$

e) $-\frac{5}{2} \cdot 4x = -10x$

f) $(16x^2) : (4x^4) = \frac{4}{x^2}$

Ejercicio 7:

Quita paréntesis y reduce.

a) $(x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x) + (4x^3 - 9x^2 + 7x - 1)$

b) $(5x^4 - 5x^2 - 3x) - (x^3 + 3x^2 + 6x - 11)$

c) $(7x^2 - 9x + 1) - (x^3 - 5x^2 - 4) + (x^3 - 4x^2)$

a) $x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x + 4x^3 - 9x^2 + 7x - 1 = x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

b) $5x^4 - 5x^2 - 3x - x^3 - 3x^2 - 6x + 11 = 5x^4 - x^3 - 8x^2 - 9x + 11$

c) $7x^2 - 9x + 1 - x^3 + 5x^2 + 4 + x^3 - 4x^2 = 8x^2 - 9x + 5$

Ejercicio 8:

Sean $P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$, $Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$. Halla $P + Q$ y $P - Q$.

$$P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$$

$$Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$P + Q = (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) + (5x^3 + 3x^2 - 1) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 2$$

$$P - Q = (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) - (5x^3 + 3x^2 - 1) = x^4 - 3x^3 + 5x + 3 - 5x^3 - 3x^2 + 1 = x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$$

Ejercicio 9:**Efectúa estos productos:**

a) $2x(3x^2 - 4x)$

b) $5(x^3 - 3x)$

c) $4x^2(-2x + 3)$

d) $-2x(x^2 - x + 1)$

e) $-6(x^3 - 4x + 2)$

f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3)$

a) $2x(3x^2 - 4x) = 6x^3 - 8x^2$

b) $5(x^3 - 3x) = 5x^3 - 15x$

c) $4x^2(-2x + 3) = -8x^3 + 12x^2$

d) $-2x(x^2 - x + 1) = -2x^3 + 2x^2 - 2x$

e) $-6(x^3 - 4x + 2) = -6x^3 + 24x - 12$

f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3) = -x^5 + 2x^3 - 3x$

Ejercicio 10:**Dados los polinomios $P = 3x^2 - 5$, $Q = x^2 - 3x + 2$, $R = -2x + 5$, calcula:**

a) $P \cdot Q$

b) $P \cdot R$

c) $Q \cdot R$

$P = 3x^2 - 5$

$Q = x^2 - 3x + 2$

$R = -2x + 5$

a) $P \cdot Q = (3x^2 - 5) \cdot (x^2 - 3x + 2) = 3x^4 - 9x^3 + 6x^2 - 5x^2 + 15x - 10 = 3x^4 - 9x^3 + x^2 + 15x - 10$

b) $P \cdot R = (3x^2 - 5) \cdot (-2x + 5) = -6x^3 + 15x^2 + 10x - 25$

c) $Q \cdot R = (x^2 - 3x + 2) \cdot (-2x + 5) = -2x^3 + 5x^2 + 6x^2 - 15x - 4x + 10 = -2x^3 + 11x^2 - 19x + 10$

Ejercicio 11:**Opera y simplifica.**

a) $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4)$

b) $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x)$

c) $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x)$

a) $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4) = 6x^3 - 4x + 15x - 20 = 6x^3 + 11x - 20$

b) $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 - 2x^3 - 5x^2 = -x^3 - 4x^2 - 3x - 3$

c) $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x) = 6x^2 + 3x - 4x - 2 - 2x^2 - 8x = 4x^2 - 9x - 2$

Ejercicio 12:**Opera y simplifica:**

a) $3x^2(2x^3 - 1) + 6(4x^2 - 3)$

b) $(x - 3)(x^2 + 1) - x^2(2x^3 + 5x^2)$

c) $(x - 3)(2x + 5) - 4(x^3 + 7x)$

a) $6x^5 - 3x^2 + 24x^2 - 18 = 6x^5 + 21x^2 - 18$

b) $x^3 + x - 3x^2 - 3 - 2x^5 - 5x^4 = -2x^5 - 5x^4 + x^3 - 3x^2 + x - 3$

c) $2x^2 + 5x - 6x - 15 - 4x^3 - 28x = -4x^3 + 2x^2 - 29x - 15$

Ejercicio 13:

Efectúa $P(x) : Q(x)$ en cada caso y expresa el resultado así:

$$P(x) = Q(x) \cdot \text{COCIENTE} + \text{RESTO}$$

a) $P(x) = 3x^2 - 11x + 5$ $Q(x) = x + 6$

b) $P(x) = 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3$ $Q(x) = 3x + 1$

c) $P(x) = 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3$ $Q(x) = x$

d) $P(x) = 5x^2 + 11x - 4$ $Q(x) = 5x - 2$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 3x^2 - 11x + 5 \quad |x+6 \\ - 3x^2 - 18x \quad \quad \quad 3x-29 \\ \hline - 29x + 5 \\ + 29x + 174 \\ \hline 179 \end{array}$$

$$3x^2 - 11x + 5 = (x + 6)(3x - 29) + 179$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 \quad |3x+1 \\ - 6x^3 - 2x^2 \quad \quad \quad 2x^2+6 \\ \hline 0 + 18x + 3 \\ - 18x - 6 \\ \hline - 3 \end{array}$$

$$6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 = (3x + 1)(2x^2 + 6) - 3$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 \quad |x \\ - 6x^3 \quad \quad \quad 6x^2+2x+18 \\ \hline 0 + 2x^2 \\ - 2x^2 \\ \hline 0 + 18x \\ - 18x \\ \hline 0 + 3 \end{array}$$

$$6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 = x(6x^2 + 2x + 18) + 3$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 5x^2 + 11x - 4 \quad |5x-2 \\ - 5x^2 + 2x \quad \quad \quad x+\frac{13}{5} \\ \hline 13x - 4 \\ - 13x + \frac{26}{5} \\ \hline \frac{6}{5} \end{array}$$

$$5x^2 + 11x - 4 = (5x - 2)\left(x + \frac{13}{5}\right) + \frac{6}{5}$$

Ejercicio 14:**Desarrolla las siguientes expresiones:**

a) $(x + 1)^2$

c) $(x - 3)^2$

e) $(x + 3)(x - 3)$

g) $(5x + 2)^2$

i) $(2x - 5)(2x + 5)$

b) $(x + 3)^2$

d) $(x + 1)(x - 1)$

f) $(2x - 1)^2$

h) $(5x + 2y)^2$

j) $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

b) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

c) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

d) $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

e) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

f) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

g) $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

h) $(5x + 2y)^2 = 25x^2 + 20xy + 4y^2$

g) $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

h) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) = x^4 - 4$

Ejercicio 15:**Simplifica:**

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4)$

c) $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50)$

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4) = x^2 - 4 - x^2 - 4 = -8$

b) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x + 1) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 = -12x$

c) $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50) = 2(x^2 - 10x + 25) - (2x^2 + 3x + 50) = 2x^2 - 20x + 50 - 2x^2 - 3x - 50 = -23x$

d) $(2x - 4)^2 - (2x + 4)(2x - 4) = 4x^2 + 16 - 16x - (4x^2 - 16) = 4x^2 + 16 - 16x - 4x^2 + 16 = 32 - 16x$

Ejercicio 16:**Desarrolla los siguientes cuadrados:**

a) $(x + 7)^2$

b) $(x - 11)^2$

c) $(2x + 1)^2$

d) $(3x - 4)^2$

a) $(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$

b) $(x - 11)^2 = x^2 - 22x + 121$

c) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

d) $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

Ejercicio 17:

Calcula el cociente y el resto en cada caso:

a) $(x^3 - 7x^2 + 9x - 3) : (x - 5)$

b) $(2x^3 + 7x^2 + 2x + 4) : (x + 3)$

c) $(x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 3x - 6) : (x + 2)$

d) $(4x^4 - 3x^3 - x^2 + 5x - 1) : (x - 1)$

e) $(x^5 - 32) : (x - 2)$

$$\text{a) } \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 9 & -3 \\ 5 & & 5 & -10 & -5 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & \boxed{-8} \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - 2x - 1$$

$$R = -8$$

$$\text{b) } \begin{array}{r|rrrr} & 2 & 7 & 2 & 4 \\ -3 & & -6 & -3 & 3 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & \boxed{7} \end{array}$$

$$C(x) = 2x^2 + x - 1$$

$$R = 7$$

$$\text{c) } \begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -5 & 3 & -6 \\ -2 & & -2 & 8 & -6 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 3 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$C(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 3$$

$$R = 0$$

$$\text{d) } \begin{array}{r|rrrrr} & 4 & -3 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & & 4 & 1 & 0 & 5 \\ \hline & 4 & 1 & 0 & 5 & \boxed{4} \end{array}$$

$$C(x) = 4x^3 + x^2 + 5$$

$$R = 4$$

$$\text{e) } \begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 2 & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & \boxed{0} \end{array}$$

$$C(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$$

$$R = 0$$

Ejercicio 18:

Sea el polinomio $M(x) = x^4 - 8x^3 + 15x^2 + 7x + 8$.

a) Calcula $M(4) = 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 15 \cdot 4^2 + 7 \cdot 4 + 8$.

b) Divide, con la regla de Ruffini, $M(x) : (x - 4)$.

c) Comprueba que el resultado del apartado a) coincide con el resto de la división que has realizado en b).

a) $M(4) = 256 - 512 + 240 + 28 + 8 = 20$

b)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -8 & 15 & 7 & 8 \\ 4 & & 4 & -16 & -4 & 12 \\ \hline & 1 & -4 & -1 & 3 & \underline{20} \end{array}$$

c) El resto de dividir por $(x - 4)$ coincide con el valor del polinomio en $x = 4$.

Ejercicio 19:

El valor de un polinomio, $A(x)$, para $x = 7$ es 54. ¿Qué puedes decir de la división $A(x) : (x - 7)$?

El resto de la división será 54.

Ejercicio 20:

Considera los polinomios siguientes:

$P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 9x + 3$

$Q(x) = x^4 - 12x^2 - 11x + 9$

Calcula, utilizando la regla de Ruffini:

a) $P(3)$

b) $P(-1)$

c) $Q(3)$

d) $Q(-1)$

a)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -5 & -9 & 3 \\ 3 & & 9 & 12 & 9 \\ \hline & 3 & 4 & 3 & \underline{12} \end{array}$$

$P(3) = 12$

b)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -5 & -9 & 3 \\ -1 & & -3 & 8 & 1 \\ \hline & 3 & -8 & -1 & \underline{4} \end{array}$$

$P(-1) = 4$

c)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -12 & -11 & 9 \\ 3 & & 3 & 9 & -9 & -60 \\ \hline & 1 & 3 & -3 & -20 & \underline{-51} \end{array}$$

$Q(3) = -51$

d)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -12 & -11 & 9 \\ -1 & & -1 & 1 & 11 & 0 \\ \hline & 1 & -1 & -11 & 0 & \underline{9} \end{array}$$

$Q(-1) = 9$

Ejercicio 21:

Averigua si alguno de los valores 1, -3, 5, -7 es raíz del polinomio $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 5x - 4$.

• $x = 1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ 1 & & 1 & -3 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -3 & -1 & 4 & 0 \end{array}$$

$x = 1$ sí es raíz del polinomio

• $x = 5$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ 5 & & 5 & 5 & 35 & 200 \\ \hline & 1 & 1 & 7 & 40 & 196 \end{array}$$

$x = 5$ no es raíz del polinomio

• $x = -3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ -3 & & -3 & 21 & -69 & 192 \\ \hline & 1 & -7 & 23 & -64 & 188 \end{array}$$

$x = -3$ no es raíz del polinomio

• $x = -7$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ -7 & & -7 & 77 & -553 & 3836 \\ \hline & 1 & -11 & 79 & -548 & 3832 \end{array}$$

$x = -7$ no es raíz del polinomio

Ejercicio 23:

¿Cuáles son las raíces de $P(x) = (x - 2)(x + 5)(x - 6)$?

$x = 2$; $x = -5$ y $x = 6$

Ejercicio 24:

Descompón en factores sacando factor común y utilizando los productos notables.

a) $x^3 + 6x^2 + 9x$

b) $2x^3 - 4x^2 + 2x$

c) $3x^4 - 12x^2$

d) $8x^5 - 24x^4 + 18x^3$

a) $x(x^2 + 6x + 9) = x \cdot (x + 3)^2$

b) $2x(x^2 - 2x + 1) = 2x(x - 1)^2$

c) $3x^2(x^2 - 4) = 3x^2(x + 2)(x - 2)$

d) $2x^3(4x^2 - 12x + 9) = 2x^3(2x - 3)^2$

Ejercicio 25:

Factoriza con ayuda de la regla de Ruffini.

a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

b) $2x^3 + 6x^2 - x - 30$

c) $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$

d) $3x^5 + x^2 - 24x + 36$

a)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 2)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

b) Después de probar con todos los divisores de 30, deducimos que este polinomio no tiene raíces enteras.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 7 & 14 & 8 \\
 -1 & & -1 & -6 & -8 \\
 \hline
 & 1 & 6 & 8 & 0
 \end{array}
 \qquad
 x^3 + 7x^2 + 14x + 8 = (x + 1) \cdot (x + 4) \cdot (x + 2)$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{matrix} -4 \\ -2 \end{matrix}$$

d) Después de probar con todos los divisores de 36, deducimos que este polinomio no tiene raíces enteras.

Ejercicio 26:

Descompón en el máximo número de factores que sea posible.

a) $2x^4 - 12x^3 + 10x^2$

b) $5x^3 + 10x^4 + 25x^2$

c) $x^3 - x^2 - x - 2$

d) $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$

e) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

f) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

a) $2x^2(x^2 - 6x + 5) = 2x^2(x - 5)(x - 1)$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$$

b) $5x^2(x + 2x^2 + 5) \rightarrow$ No se puede seguir factorizando.

$$2x^2 + x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 40}}{4} \text{ No tiene solución.}$$

c) $x^3 - x^2 - x - 2 = (x - 2) \cdot (x^2 + x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -1 & -1 & -2 \\
 2 & & 2 & 2 & 2 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{array}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

d) $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9 = (x - 1)^2 \cdot (x^2 - 9) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -8 & 18 & -9 \\
 1 & & 1 & -1 & -9 & 9 \\
 \hline
 & 1 & -1 & -9 & 9 & 0 \\
 1 & & 1 & 0 & -9 & \\
 \hline
 & 1 & 0 & -9 & 0 &
 \end{array}$$

e) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1) \cdot (x^2 + 2x + 1) = (x + 1) \cdot (x + 1)^2 = (x + 1)^3$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & & -1 & -2 & -1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

f) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 - 4x + 4) = (x - 2) \cdot (x - 2)^2 = (x - 2)^3$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 12 & -8 \\ 2 & & 2 & -8 & 8 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

Ejercicio 27:

▢ **Calcula el cociente y el resto en estas divisiones:**

a) $(3x^2 - 7x + 5) : (3x + 1)$

b) $(4x^3 - x) : (2x + 3)$

c) $(5x^3 - 3x^2 + 8x) : (5x + 2)$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 3x^2 - 7x + 5 \quad | \quad 3x + 1 \\ \underline{-3x^2 - x} \quad \quad x - \frac{8}{3} \\ -8x + 5 \quad \quad \phantom{x - \frac{8}{3}} \\ \underline{8x + \frac{8}{3}} \quad \quad \phantom{x - \frac{8}{3}} \\ \frac{23}{3} \quad \quad \phantom{x - \frac{8}{3}} \end{array}$$

Cociente = $x - \frac{8}{3}$

Resto = $\frac{23}{3}$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 4x^3 - x \quad | \quad 2x + 3 \\ \underline{-4x^3 - 6x^2} \quad \quad 2x^2 - 3x + 4 \\ -6x^2 - x \quad \quad \\ \underline{6x^2 + 9x} \quad \quad \\ 8x \quad \quad \\ \underline{-8x - 12} \quad \quad \\ -12 \quad \quad \end{array}$$

Cociente = $2x^2 - 3x + 4$


Resto = -12

$$\begin{array}{r} \text{c) } 5x^3 - 3x^2 + 8x \quad | \quad 5x + 2 \\ \underline{-5x^3 - 2x^2} \quad \quad x^2 - x + 2 \\ -5x^2 + 8x \quad \quad \\ \underline{5x^2 + 2x} \quad \quad \\ 10x \quad \quad \\ \underline{-10x - 4} \quad \quad \\ -4 \quad \quad \end{array}$$

Cociente = $x^2 - x + 2$

Resto = -4

Ejercicio 28:

 **Completa estas expresiones en tu cuaderno:**

a) $(x - 3)^2 = x^2 - \square x + 9$

b) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + \square x + 1$

c) $(x + \square)^2 = x^2 + \square x + 16$

d) $(3x - \square)^2 = \square x^2 - \square x + 4$


a) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

b) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

c) $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

d) $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

Ejercicio 29:

 **Expresa los polinomios siguientes como cuadrado de un binomio (hazlo en tu cuaderno):**

a) $x^2 + 12x + 36 = (x + \square)^2$

b) $49 + 14x + x^2 = (\square + \square)^2$

c) $4x^2 - 20x + 25 = (\square - 5)^2$

d) $1 + 4x + 4x^2 = (\square + \square)^2$


a) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b) $49 + 14x + x^2 = (7 + x)^2$

c) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$

d) $1 + 4x + 4x^2 = (1 + 2x)^2$

Ejercicio 30:

 **Divide aplicando la regla de Ruffini.**

a) $(x^2 - 5x + 1) : (x - 2)$

b) $(x^3 - 3x^2 + 5x + 2) : (x + 1)$

c) $(2x^3 - 15x - 7) : (x - 3)$

d) $(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + x - 1) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrr} a) & 1 & -5 & 1 \\ & & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{-5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} b) & 1 & -3 & 5 & 2 \\ & -1 & & -1 & 4 & -9 \\ \hline & 1 & -4 & 9 & \boxed{-7} \end{array}$$

$C(x) = x - 3$

$C(x) = x^2 - 4x + 9$

$R = -5$

$R = -7$

$$\begin{array}{r|rrrr} c) & 2 & 0 & -15 & -7 \\ & & 6 & 18 & 9 \\ \hline & 2 & 6 & 3 & \boxed{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} d) & 3 & 5 & -2 & 1 & -1 \\ & -2 & & -6 & 2 & 0 & -2 \\ \hline & 3 & -1 & 0 & 1 & \boxed{-3} \end{array}$$


$C(x) = 2x^2 + 6x + 3$

$C(x) = 3x^3 - x^2 + 1$

$R = 2$

$R = -3$

Ejercicio 31:

•  **Saca factor común y utiliza las identidades notables para factorizar los siguientes polinomios:**

a) $x^3 - 6x^2 + 9x$

b) $x^3 - x$

c) $4x^4 - 81x^2$

d) $x^3 + 2x^2 + x$

e) $3x^3 - 27x$

f) $3x^2 + 30x + 75$

a) $x(x^2 - 6x + 9) = x(x - 3)^2$

b) $x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$


c) $x^2(4x^2 - 81) = x^2(2x + 9)(2x - 9)$

d) $x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

e) $3x(x^2 - 9) = 3x(x + 3)(x - 3)$

f) $3(x^2 + 10x + 25) = 3(x + 5)^2$

Ejercicio 32:

•  **Encuentra las raíces de estos polinomios y factorízalos:**

a) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b) $x^3 - 19x^2 + 34x$

c) $x^3 - x^2 - 5x - 3$

d) $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{a)} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$\text{b)} x^2 - 19x + 34 = 0 \rightarrow x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 136}}{2} = \frac{19 \pm 15}{2} = \begin{cases} 17 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^3 - 19x^2 + 34x = x(x - 17)(x - 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{c)} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 = (x + 1)(x - 3)(x + 1) = (x + 1)^2(x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{d)} & 1 & 2 & -9 & -18 \\ & & -2 & 0 & 18 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = (x + 2)(x^2 - 9) = (x + 2)(x + 3)(x - 3)$$