

HOJA 3 DE EJERCICIOS
UNIDAD 0: REPASO

Ejercicio 1: Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

a) $3 - x < 2 + 5x$

$x > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$

c) $2 \cdot (x+3) + 3 \cdot (x-1) > 2 \cdot (x+2)$

$x > \frac{1}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$

e) $\frac{x+1}{2} - 3x \leq \frac{1-5x}{3} + 4$

$x \geq -\frac{23}{5} \Leftrightarrow \left[-\frac{23}{5}, +\infty\right)$

g) $\frac{3x+1}{4} - \frac{1}{3} \leq \frac{3}{15} \cdot (3x+2) + \frac{4 \cdot (1-x)}{3}$

$x \leq \frac{109}{89} \Leftrightarrow \left(-\infty, \frac{109}{89}\right]$

b) $2 \cdot (3x-3) > 6$

$x > 2 \Leftrightarrow (2, +\infty)$

d) $\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} \leq \frac{x}{4} - 3x$

$x \leq \frac{92}{27} \Leftrightarrow \left(-\infty, \frac{92}{27}\right]$

f) $2 \cdot (3+x) \geq \frac{8+x}{3} \Rightarrow$

$x \geq -2 \Leftrightarrow [-2, +\infty)$

h) $\frac{3-\frac{x}{3}}{3+\frac{1}{2}} - x \geq \frac{3x-\frac{5}{2}}{1-\frac{2}{3}} \Rightarrow$

$x \leq \frac{351}{424} \Leftrightarrow \left(-\infty, \frac{351}{424}\right]$

Ejercicio 2: Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) $\begin{cases} 2x-3 > x-2 \\ 3x-7 < x-1 \end{cases}$

$(1, 3)$

b) $\begin{cases} 1-x < 2-3x \\ 3+x \leq 2+5x \end{cases}$

$\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$

c) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} < 5 \end{cases}$

$(-\infty, 15)$

d) $\begin{cases} 2x-3 \leq 3x+7 \\ \frac{2x}{5} - \frac{x}{4} \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$

$\left[\frac{40}{9}, +\infty\right)$

e) $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$

$\left[-\frac{11}{7}, -\frac{1}{2}\right]$

f) $\begin{cases} (x-1)^2 - (x+3)^2 \leq 0 \\ x-3 \cdot (x-1) \geq 3 \end{cases}$

$[-1, 0]$



Ejercicio 3: Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $-5x^2 + 3x + 8 < 0$

$$(-\infty, -1) \cup \left(\frac{8}{5}, +\infty\right)$$

b) $x \cdot (x+5) > 2x^2$

$$(0, 5)$$

c) $\frac{2x+5}{x-4} \geq 0$

$$\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right] \cup (4, +\infty)$$

d) $\frac{-5x-6}{3x-2} \leq 0$

$$\left(-\infty, -\frac{6}{5}\right] \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$$

e) $(81-x) \cdot (4-x) > x+11$

$$(-\infty, -16\sqrt{6} + 43) \cup (16\sqrt{6} + 43, +\infty)$$

f) $(x-1)^2 > 9$

$$(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$$

g) $(1-x^2) \cdot (x^2-9) \leq 0$

$$(-\infty, -3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty)$$

h) $\frac{(x-4) \cdot (x-2) \cdot (1-x)}{(x+3) \cdot (x+1)} \geq 0$

$$(-\infty, -3) \cup (-1, 1] \cup [2, 4]$$

i) $(x^2-1) \cdot (x^2+1) \leq 0$

$$[-1, 1]$$

j) $\frac{x^2-9}{x-1} \geq 0 \Rightarrow$

$$[-3, 1) \cup [3, +\infty)$$

k) $x^3 - x^2 - 4x + 4 < 0$

$$(-\infty, -2) \cup (1, 2)$$

l) $x^3 - 1 > 0$

$$\boxed{1} \quad (1, +\infty)$$

Ejercicio 4: Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

(ESTOS EJERCICIOS NO ENTENDI)

<p>a)</p> $\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$	<p>b)</p> $\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 2 \end{cases}$	<p>c)</p> $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y \geq 0 \end{cases}$
<p>d)</p> $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ x \leq 6 \end{cases}$	<p>e)</p> $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ y - 2x \geq 3 \\ y \leq 5 \end{cases}$	<p>f)</p> $\begin{cases} x - y > 0 \\ 3x - y < 4 \\ x + y > 0 \end{cases}$
<p>g)</p> $\begin{cases} y > x - 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 4 \\ 2x \leq 5 - y \end{cases}$	<p>h)</p> $\begin{cases} y \leq 5 \\ x \leq 3 \\ x > y \\ x < y + 2 \end{cases}$	

Ejercicio 5: Encuentra los vértices de las regiones factibles de cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones: *(ESTE EJERCICIO NO ENTRA)*

<p>a) $\begin{cases} x - y > 0 \\ y > 0 \\ x + y - 6 < 0 \end{cases}$</p>	<p>b) $\begin{cases} y \geq -4 \\ x - y + 1 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$</p>	<p>c) $\begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq -1 \\ x < 0 \\ x - y + 3 > 0 \end{cases}$</p>
---	--	--

Ejercicio 6: ¿Qué números reales verifican que su cuadrado es menor que su cuádruplo?

$$x^2 < 4x \implies \text{sol} = (0, 4)$$

Ejercicio 7: En un concurso organizado en el aula, una de las pruebas consiste en tirar una moneda 20 veces. Si sale car al jugador se le asignan 10.000 puntos y si sale cruz, 6.000. ¿Cuántas caras y cruces han podido salir si se sabe que ha ganado menos de 176.000 puntos?

$x = n^\circ$ caras
 $20 - x = n^\circ$ cruces

$$10000x + 6000(20 - x) \leq 176000 \implies x \leq 14$$

O sea, como mucho 14 caras y 6 cruces

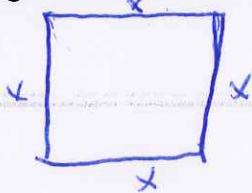
Ejercicio 8: Un vendedor recibe una cantidad fija al mes de 600 euros, además de un 5% de las ventas que realice. ¿Qué cantidad debe vender para tener un sueldo mensual comprendido entre 1.200 y 1.500 euros?

$x =$ cantidad a vender

$$\begin{cases} 1200 \leq 600 + \frac{5x}{100} \\ 600 + \frac{5x}{100} \leq 1500 \end{cases} \implies \text{sol} = (12000, 18000)$$

Debe vender en 12000 y 18000 €

Ejercicio 9: Deseamos construir un cuadro metálico de forma cuadrada. El interior del cuadrado es de acero que vale a 150 € el metro cuadrado y el marco es de cobre y cuesta a 30 € el metro lineal. ¿Qué longitud tendrá como máximo el lado del cuadro si no disponemos de más de 620 €?



Área = x^2
 Perímetro = $4x$

$$150 \cdot x^2 + 30 \cdot 4x \leq 620$$

$$150x^2 + 120x - 620 \leq 0$$

$$\implies 15x^2 + 12x - 62 \leq 0$$

$$\implies x \in \left[\frac{-6 - \sqrt{966}}{15}, \frac{-6 + \sqrt{966}}{15} \right] \implies \text{Como mucho sera } \frac{-6 + \sqrt{966}}{15} \approx 1,67 \text{ m.}$$

Ejercicio 10: Resuelve sin usar la calculadora:

a) $\log_2 1024$
 $= 10$

c) $\log_7(-49)$

e) $\log_4 64$
 $= 3$

g) $\ln \sqrt{e\sqrt{e\sqrt{e}}}$
 $= \frac{7}{8}$

i) $\log 2 + \log 5 - \log 50 - \log 200$
 $= -3$

k) $\log_{\sqrt{3}/3} 81$
 $= -8$

m) $10^{\log 1000}$
 $= 1000$

o) $7^{\log_{49} 7}$
 $= \sqrt{7}$

q) $\ln 1 + \log 10 - \log_3 1$
 $= 1$

b) $\log_2 \sqrt[5]{16}$
 $= \frac{4}{5}$

d) $\log_3 \frac{\sqrt[4]{3}}{9}$

f) $\log_{\frac{1}{2}} 8$
 $= -3$

h) $\log_{\sqrt{3}/3} 81$
 $= -8$

j) $\log_2 24 - \log_2 3$
 $= 3$

l) $\frac{1}{2} \log_3 36 + \log_3 \frac{1}{2}$
 $= 1$

n) $5^{\log_5 \sqrt{5}}$
 $= \sqrt{5}$

p) $2 \log_5 10 - \log_5 4$
 $= 2$

r) $\ln(-e)$
 \nexists

Ejercicio 11: Usando la calculadora, obtén los siguientes logaritmos:

a) $\log 243$
 $= 2,3856 \dots$

b) $\ln 674$
 $= 6,51323 \dots$

c) $\log_4 65$
 $= 3,01118\dots$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 7$
 $= -2,80735\dots$

e) $\log_2 5 + \log_3 7$
 $= 4,09317\dots$

Ejercicio 12: Calcula el valor de x:

a) $x = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[3]{32}$
 $x = -\frac{10}{3}$

b) $\log_x 7 = -2$
 $x = \frac{\sqrt{7}}{7}$

c) $\log_x \sqrt[3]{4} = \frac{1}{3}$
 $x = 4$

d) $\log_2 x = -\frac{1}{2}$
 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\log_5 5x = 3$
 $x = 25$

f) $\log_7 x^4 = 2$
 $x = \sqrt{7}$

g) $x = \log_2 (\log_2 2)$
 $x = 0$

h) $x = \log_2 \left[2^{2^{\log_2 3}} \right]$
 $x = 3$

Ejercicio 13: Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$
 $x = 3$

b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$
 $x_1 = 2$
 $x_2 = 1$

c) $2^{x^2-5x} = 64^{-1}$
 $x_1 = 3$
 $x_2 = 2$

d) $3^{x+1} = 729$
 $x = 5$

e) $2^{x+1} - 2^x = 4$
 $x = 2$

f) $4^x - 5 \cdot 2^x + 7 = 3$
 $x_1 = 2$
 $x_2 = 0$

g) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$
 $x_1 = 1$
 $x_2 = -2$

h) $6^{1-x} + 6^x = 7$
 Errata.
 $x_1 = 1$
 $x_2 = 0$

i) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$
 $x = 2$

Ejercicio 14: Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $2 \log x = -10$

$x = 10^{-5}$

b) $\log x + \log 50 = \log 1000$

$x = 20$

c) $\log x = 1 + \log(22 - x)$

$x = 20$

d) $2 \log x - \log(x - 16) = 2$

$x_1 = 80$

$x_2 = 20$

e) $\log x^3 = \log 6 + 2 \log x$

$x = 6$

f) $\ln x = \ln 2 + 2 \cdot \ln(x - 3)$

$x = \frac{9}{2}$

$x = 2 \Rightarrow$ No válida.

g) $(x^2 - 5x + 9) \cdot \log 2 + \log 125 = 3$

$x_1 = 3 \quad x_2 = 2$

Ejercicio 15: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 4 \cdot 7^y = -172 \\ 7 \cdot 2^x + 2 \cdot 7^y = 154 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

b)

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 4 \cdot 7^y = -172 \\ 7 \cdot 2^x + 2 \cdot 7^y = 154 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

c)

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 5^{x-y} = 25 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

d)

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{x+y} = 243 \end{cases}$$

$\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 3 \end{cases}$

e)

$$\begin{cases} 3^x = 3^y \\ 4^x \cdot 4^y = 256 \end{cases}$$

$x = 2$

f)

$$\begin{cases} a^{x+y} = a^4 \\ a^{x-y} = a^2 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

g)

$$\begin{cases} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

h)

$$\begin{cases} 2^{x+2y} = 32 \\ 5^{2x-y} = 1 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

i)

$$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$\begin{cases} x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ y_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ y_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

j)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{10}{3} \\ y_1 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = -\frac{10}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ No válida}$$

m)
$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 10 + \sqrt{102} \\ y_1 = -10 + \sqrt{102} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 10 - \sqrt{102} \\ y_2 = -10 - \sqrt{102} \end{cases} \text{ No válida}$$

k)
$$\begin{cases} \log\left(\frac{x}{y}\right) = 1 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}$$

l)
$$\begin{cases} \log x + \log y = 3 \log 5 \\ \log x - \log y = \log 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 25 \\ y = 5 \end{cases}$$

n)
$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = -1 \\ y_3 = -2 \end{cases} \text{ No válida}$$

$$\begin{cases} x_4 = -2 \\ y_4 = -1 \end{cases} \text{ No válida}$$

o)
$$\begin{cases} \log_x (y - 18) = 2 \\ \log_y (x + 3) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{81}{4} \end{cases}$$