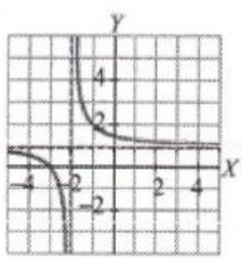
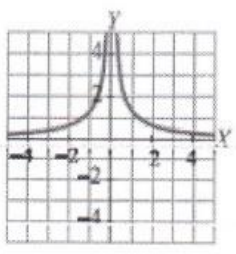
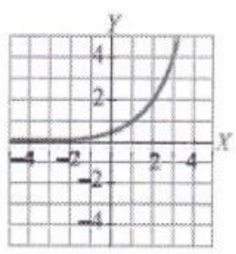
Matemáticas II 1º Bachillerato

HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 1: **FUNCIONES REALES. LÍMITES Y CONTINUIDAD**

Ejercicio 1: Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a: $f(x)=9-4x^2$ Dom(f) = ℝ	b: $g(x)=\dfrac{x}{9-x^2}$ Dom(g) = ℝ − {3, −3}	c: $h(x)=\dfrac{x-1}{x^3-2x^2-5x+6}$ Dom(h) = ℝ − {1, 3, −2}
d: $y=1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{x}{x-1}$ Dom(y) = ℝ − {0, 1}	e: $f(x)=\sqrt[5]{\dfrac{x}{49-x^2}}$ Dom(f) = ℝ − {7, −7}	f: $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ Dom(f) = (0, +∞)
g: $y=\sqrt{x^2-5x+6}$ Dom(y) = (−∞, 2] ∪ [3, +∞)	h: $y=\dfrac{-2}{\sqrt{x^2-5x+6}}$ Dom(y) = (−∞, 2) ∪ (3, +∞)	i: $y=\dfrac{-2}{\sqrt[7]{x^2-5x+6}}$ Dom(y) = ℝ − {2, 3}
j: $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{3x-5}}$ Dom(f) = (−∞, −2] ∪ (5/3, +∞)	k: $g(x)=\sqrt[4]{x^2+5x+8}$ Dom(g) = ℝ	l: $l(x)=\sqrt{3+2x-x^2}$ Dom(l) = [−1, 3]
m: $f(x)=\ln(2x+3)$ Dom(f) = (−3/2, +∞)	n: $k(x)=\ln(2x+3)+\dfrac{1}{x}$ Dom(k) = (−3/2, +∞) − {0}	ñ: $y=e^{1/x}+2^{-1/(x-7)}$ Dom(y) = ℝ − {0, 7}

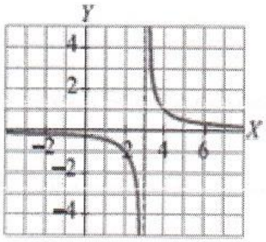
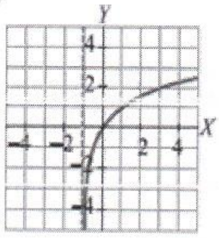
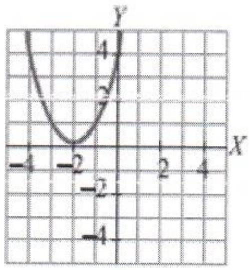
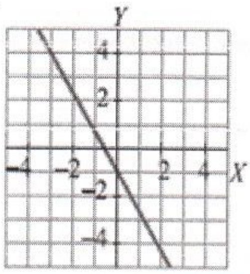
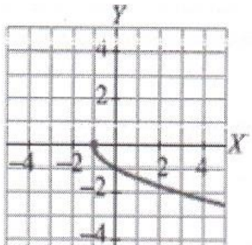
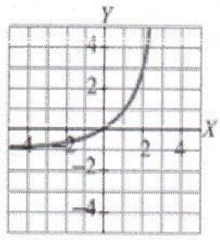
Ejercicio2: Calcula el dominio y la imagen de las siguientes funciones dadas por sus representaciones gráficas:

a:	b:	c:
		
Dom(f) = ℝ − {−2} Recorr(f) = ℝ − {1}	Dom(f) = ℝ − {0} Im(f) = (0, +∞)	Dom(f) = ℝ Im(f) = (0, +∞)

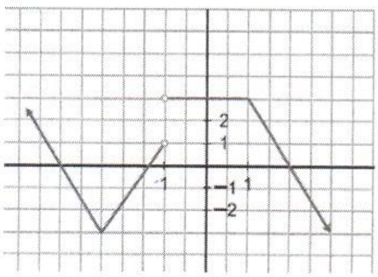
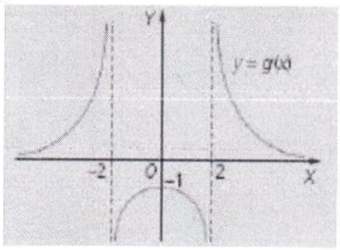
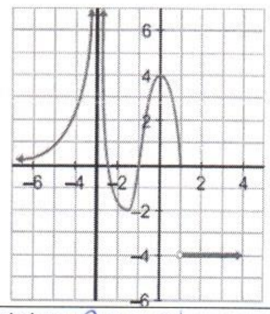
1

© ManoloMat.com

Matemáticas II 1º Bachillerato

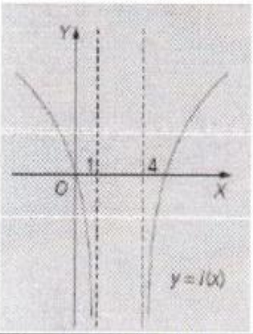
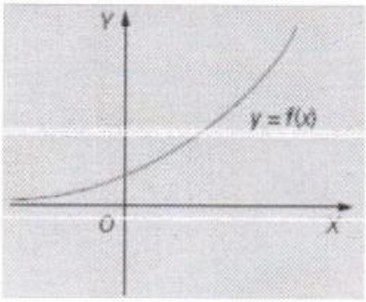
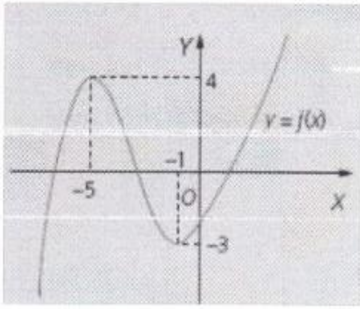
d:	e:	f:
		
Dom(f) = $\mathbb{R} - \{3\}$ Im(f) = $\mathbb{R} - \{0\}$	Dom(f) = $(-1, +\infty)$ Im(f) = $\mathbb{R}$	Dom(f) = $\mathbb{R}$ Im(f) = $[0, +\infty)$
g:	h:	i:
		
Dom(f) = $\mathbb{R}$ Im(f) = $\mathbb{R}$	Dom(h) = $[-1, +\infty)$ Im(h) = $(-\infty, 0]$	Dom(f) = $\mathbb{R}$ Im(f) = $(-1, +\infty)$

Ejercicio 3: Analiza y estudia el dominio, recorrido, simetría, monotonía y extremos relativos de las siguientes funciones:

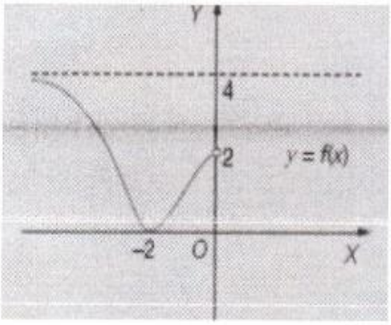
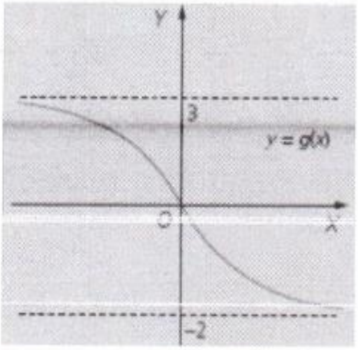
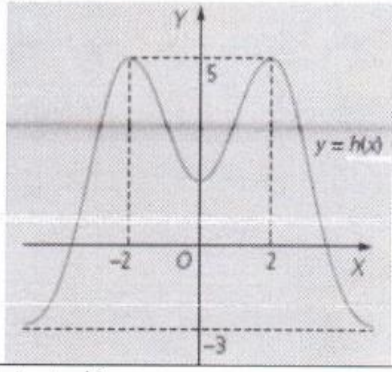
a:	b:	c:
		
Dominio: $\mathbb{R} - \{1\}$ Recorrido: $\mathbb{R}$ Simetría: No hay Monotonía y extremos relativos: $(-\infty, -2'5)$, $(1, +\infty)$ ↘ $(-2'5, -1)$ ↗ $(-1, 1)$ constante No hay extremos	Dominio: $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ Recorrido: $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$ Simetría: PAR. Monotonía y extremos relativos: ↗ en $(-2, 0)$, $(-\infty, -2)$ ↘ en $(0, 2)$ y $(2, +\infty)$ $x_0 = 0$ máx relativo	Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ Recorrido: Simetría: $[-2, +\infty) \cup \{-4\}$ Monotonía y extremos relativos: ↗ en $(-\infty, -3)$, $(-1'5, 0)$ ↘ en $(-3, -1'5)$, $(0, 1)$ $(1, +\infty)$ es constante. $x_1 = -1'5$ hay un mín. relativo $x_1 = 0$ hay un máx. relativo

2
© ManoloMat.com

Matemáticas II 1º Bachillerato

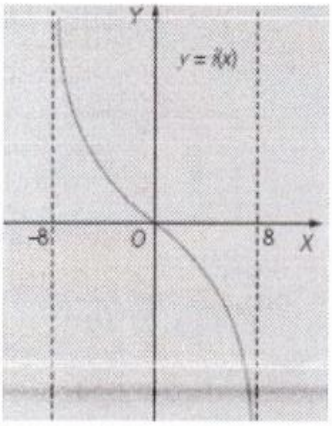
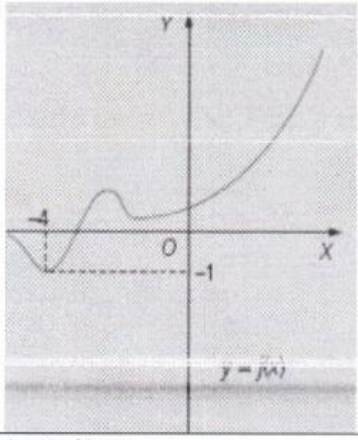
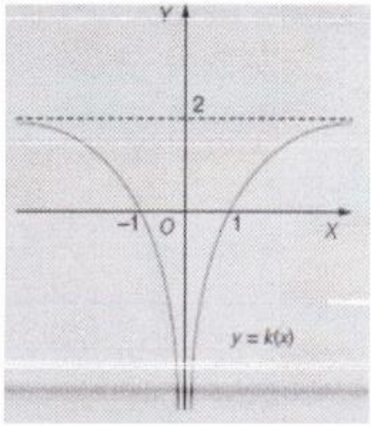
d:	e:	f:
		
Dominio: $(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$ Recorrido: $\mathbb{R}$ Simetría: No tiene. Monotonía y extremos relativos: ↗ en $(4,+\infty)$ ↘ en $(-\infty,1)$ No hay extremos	Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: $(0,+\infty)$ Simetría: No tiene. Monotonía y extremos relativos: ↗ en $\mathbb{R}$ No tiene extremos	Dominio: $\mathbb{R}$. Recorrido: $\mathbb{R}$ Simetría: No tiene Monotonía y extremos relativos: ↗ en $(-\infty,-5)$, $(-1,+\infty)$ ↘ en $(-5,-1)$, $x_0=-5$ es máx. relativo $x_0=-1$ es mín. relativo

Ejercicio 4: Estudia la acotación, simetría, tendencias y la posible existencia de supremo, ínfimo y extremos absolutos en cada una de las siguientes funciones:

a:	b:	c:
		
Acotación: Acotada superior e inferiormente Simetría: No tiene Tendencias: $y=4$ es A.H. en $-\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 4$ Supremos, ínfimo, extremos absolutos: 4 es supremo −2 es ínfimo y además es mínimo absoluto	Acotación: Acotada superior e inferiormente Simetría: IMPAR Tendencias: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -2$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$ Supremos, ínfimo, extremos absolutos: Supremo es 3 Ínfimo es −2 No tiene extremos absolutos	Acotación: Acotada superior e inferiormente. Simetría: PAR Tendencias: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -3$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$ Supremos, ínfimo, extremos absolutos: $x_0=-2$ y $x_1=2$ son máximos absolutos No tiene mín. absolutos

3
© ManoloMat.com

Matemáticas II 1º Bachillerato

d:	e:	f:
		
Acotación: No está acotada Simetría: IMPAR Tendencias: No hay. Supremos, ínfimo, extremos absolutos: No tiene	Acotación: Acotada inferiormente Simetría: No tiene Tendencias: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ Supremos, ínfimo, extremos absolutos: $x_0=-4$ es mínimo absoluto	Acotación: Acotada superiormente. Simetría: PAR Tendencias: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$ Supremos, ínfimo, extremos absolutos: 2 es el supremo No hay extremos absolutos

Ejercicio 5: Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a:

$f(x)=9-4x^2$

$f(-x)=9-4(-x)^2=f(x)$

PAR

b:

$g(x)=x-2$

No tiene

c:

$h(x)=\frac{4}{x}$

IMPAR

d:

$y=\frac{x^3}{x^2-1}$

IMPAR

e:

$f(x)=xe^{x^2}$

IMPAR.

f:

$f(x)=(x-x^3)x$

PAR.

Ejercicio 6: Dadas las funciones $f(x)=\frac{x^2}{3}$ y $g(x)=x+1$, calcula:

a) $f\circ g$

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x+1)$

$=\frac{(x+1)^3}{3}$

b) $g\circ f$

$(g\circ f)(x)=g(f(x))$

$=g\left(\frac{x^3}{3}\right)=\frac{x^3}{3}+1$

4

c) $g\circ g\circ f$

$(g\circ g\circ f)(x)=g(g(f(x)))=$

$=g\left(\frac{x^3}{3}+1\right)=\frac{x^3}{3}+1+1$

$=\frac{x^3}{3}+2$

Matemáticas II 1º Bachillerato

Ejercicio 7: Determina las funciones inversas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{x}$

$y=\sqrt{x} \Rightarrow x=\sqrt{y} \Rightarrow y=x^2$

$\boxed{f^{-1}(x)=x^2}$

b) $f(x)=(x-1)^2$

$x=(y-1)^2 \Rightarrow y-1=\sqrt{x}$

$\Rightarrow y=\sqrt{x}+1$

$\boxed{f^{-1}(x)=\sqrt{x}+1}$

c) $g(x)=3x+2$

$x=3y+2 \Rightarrow 3y=x-2$

$y=\frac{x-2}{3} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=\frac{x-2}{3}}$

d) $h(x)=\dfrac{2x}{3x-5}$

$x=\frac{2y}{3y-5} \Rightarrow 3yx-5x=2y$

$\Rightarrow 3yx-2y=5x \Rightarrow y\cdot(3x-2)=5x$

$\Rightarrow y=\frac{5x}{3x-2} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=\frac{5x}{3x-2}}$

e) $f(x)=\dfrac{x}{5}-7$

$x=\frac{y}{5}-7$

$5x=y-35 \Rightarrow y=5x+35$

$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=5x+35}$

f) $h(x)=x^3-2$

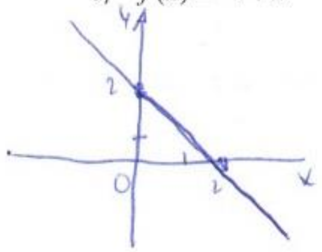
$x=y^3-2 \Rightarrow y^3=x+2$

$\Rightarrow y=\sqrt[3]{x+2}$

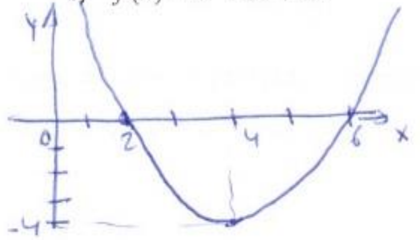
$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+2}}$

Ejercicio 8: Representa gráficamente las siguientes funciones:

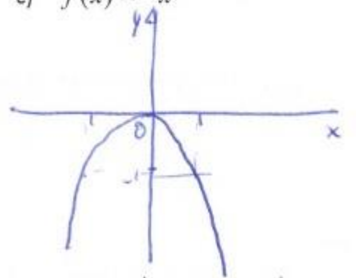
a) $f(x)=-x+2$



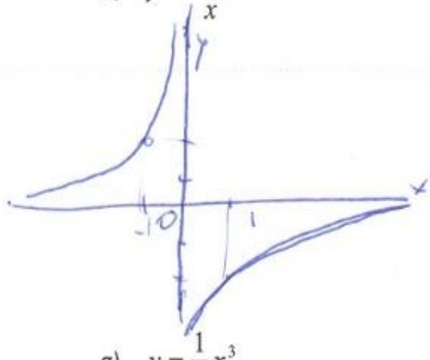
b) $f(x)=x^2-8x+12$



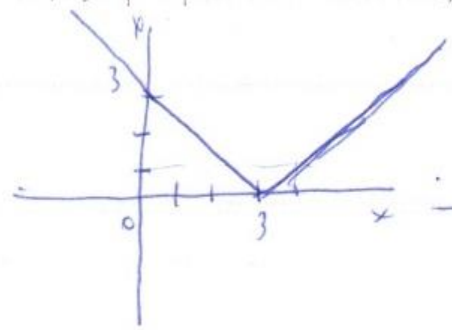
c) $f(x)=-x^2$



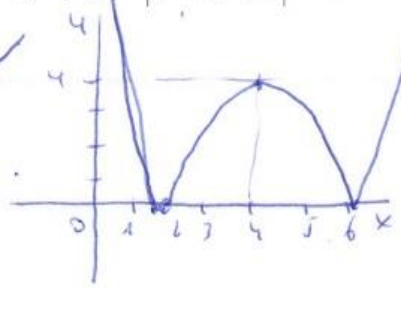
d) $y=\dfrac{-2}{x}$



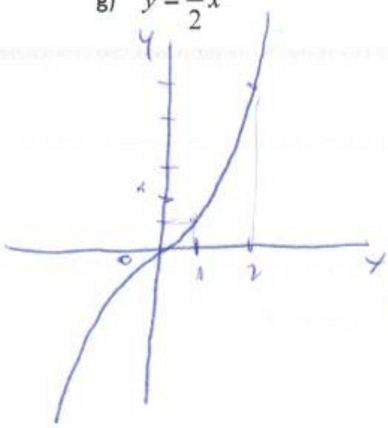
e) $y=|3-x|$



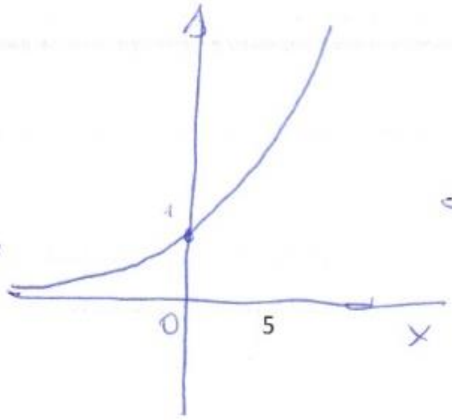
f) $f(x)=|x^2-8x+12|$



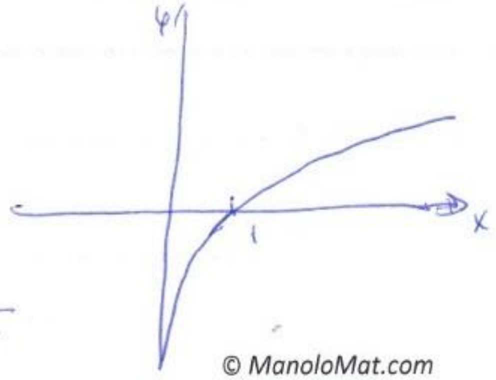
g) $y=\dfrac{1}{2}x^3$



h) $f(x)=e^x$



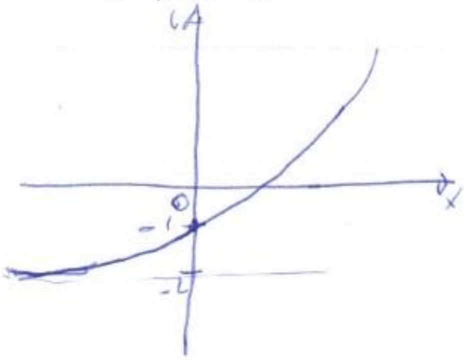
i) $f(x)=\ln x$



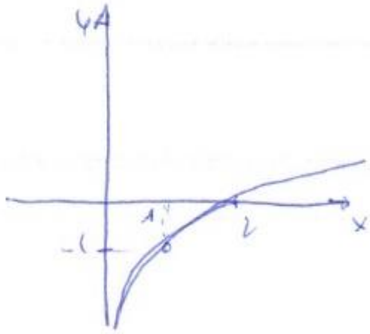
5
© ManoloMat.com

Matemáticas II 1º Bachillerato

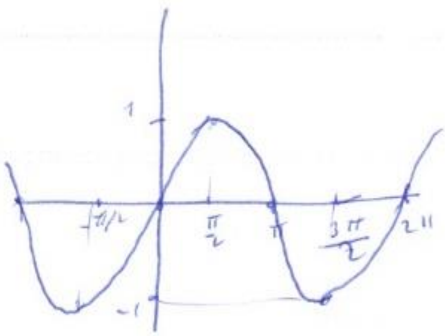
j) $y = e^{x} - 2$



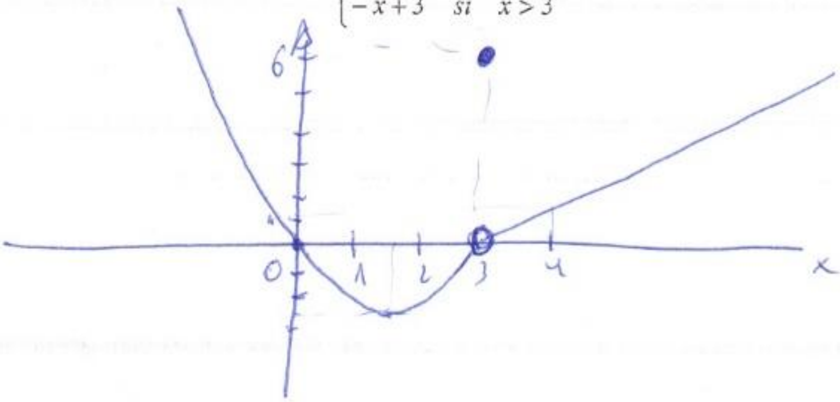
k) $y = -1 + \log_2 x$



l) $y = sen(x)$

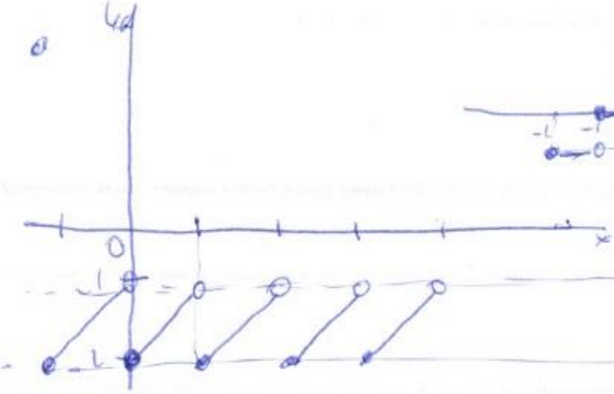


Ejercicio 9: : Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & si \quad x < 3 \\ 6 & si \quad x = 3 \\ -x + 3 & si \quad x > 3 \end{cases}$ Represéntala gráficamente.

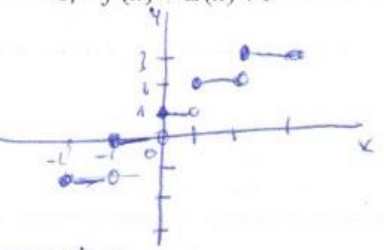


Ejercicio 10: Representa gráficamente las funciones:

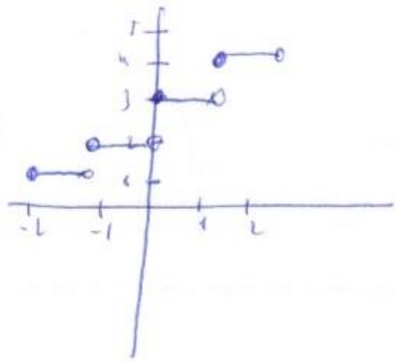
a) $f(x) = Dec(x) - 2$



b) $f(x) = E(x) + 1$



c) $y = E(x + 3)$

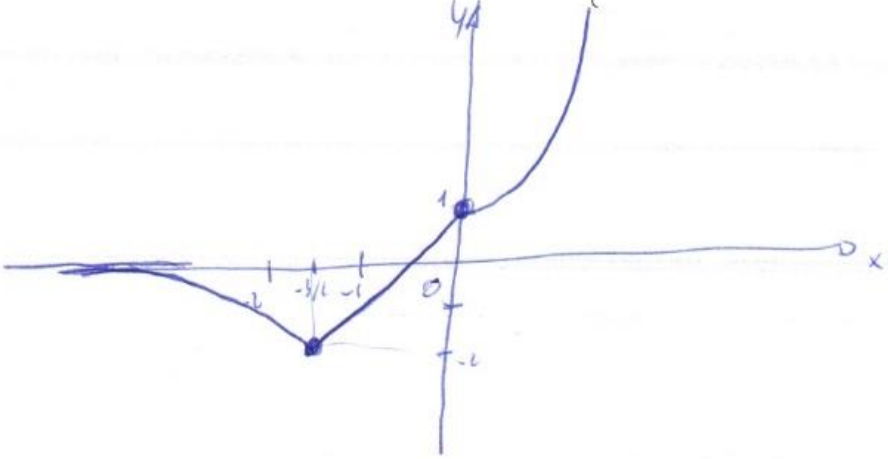


6

© ManoloMat.com

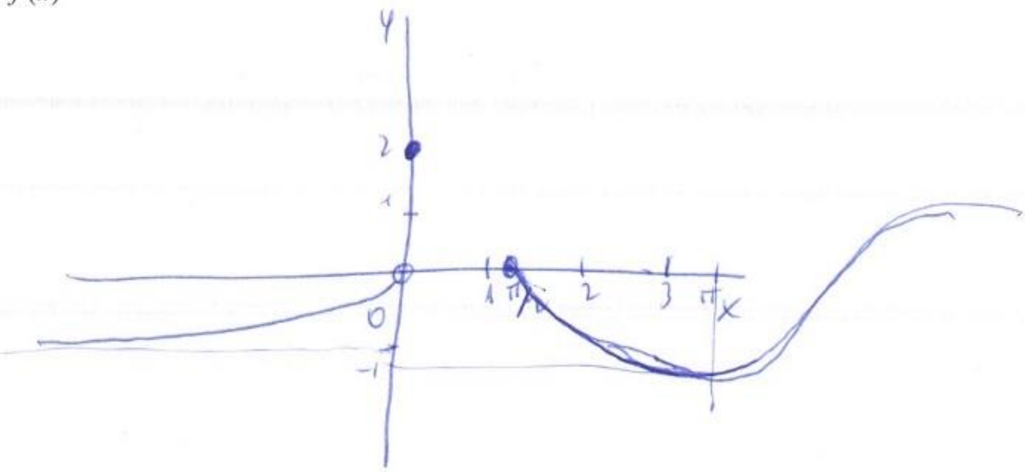
Matemáticas II 1º Bachillerato

Ejercicio 11: Representa gráficamente la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3}{x} & si \quad x<-\dfrac{3}{2} \\ 2x+1 & si \quad -\dfrac{3}{2}\le x<0 \\ x^2+1 & si \quad x\ge 0 \end{cases}$



Ejercicio 12: Sea la función $f(x)=\begin{cases} e^x-1 & si \quad x<0 \\ 2 & si \quad x=0 \\ \cos x & si \quad x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$ Represéntala gráficamente y a partir de ella representa

$|f(x)|$ y $-f(x)$



7

© ManoloMat.com