

HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS

UNIDAD 0: REPASO

Ejercicio 1: Efectuar las siguientes operaciones:

<p>a) $40 - 32 : (5 - 9) + (-2) \cdot (-5) + 30 : (-6) =$ $= 53$</p>	<p>b) $3 - 4 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + 3 : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{2} \right) \right] =$ $= -\frac{487}{30}$</p>
<p>c) $\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + 5 \right] - 3 \left[4 : \left(\frac{3}{5} + 1 \right) \right] =$ $= -\frac{49}{24}$</p>	<p>d) $\left[\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \right) \right] : \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{4} \right) =$ $= -\frac{5}{9}$</p>
<p>e) $7 + \frac{1 - 4 \left(\frac{1}{2} - 3 \left(\frac{5}{4} - 1 \right) \right)}{\left(5 - \frac{1}{3} \right) : 2} =$ $= \frac{53}{7}$</p>	<p>f) $\left(1 + \frac{1 + \frac{1}{5}}{5} \right) : \left(\frac{5}{1 + \frac{1}{5}} + 1 \right) =$ $= \frac{6}{25}$</p>

Ejercicio 2: ¿Cómo hallarías un número racional comprendido entre $\frac{21}{55}$ y $\frac{22}{55}$? ¿Puedes hallar más de uno?

Usando la media aritmética: $\frac{\frac{21}{55} + \frac{22}{55}}{2} = \frac{43}{110}$. Y muchos más, $\frac{21}{55} + \frac{43}{110}$, etc.

Ejercicio 3: En la merienda, Ana se ha comido la mitad de la tarta, María la cuarta parte y Elena la sexta parte, y el plato se ha quedado vacío. ¿Es cierto?

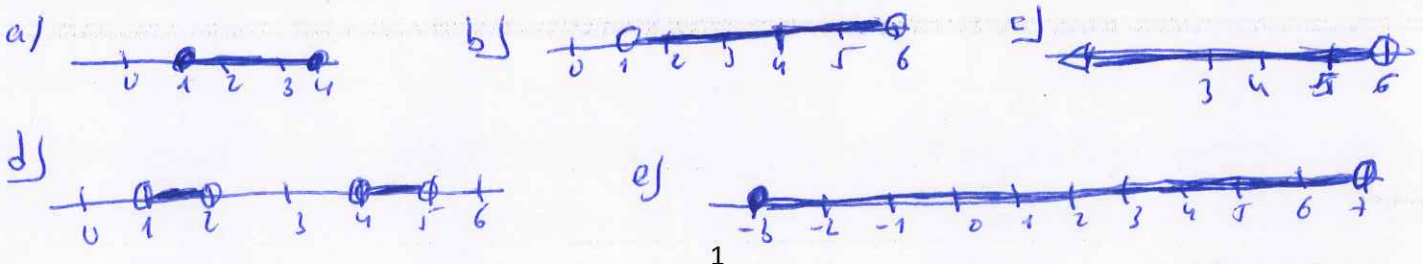
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$. Queda $\frac{1}{12}$ de tarta, luego es falso.

Ejercicio 4: Pasar a fracción los siguientes números decimales:

- a) $0'33 = \frac{33}{100}$ b) $-3'1\bar{2} = -\frac{281}{90}$ c) $124'\bar{1} = \frac{1117}{9}$
 d) $0'6666\dots = \frac{2}{3}$ e) $7'99999\dots = 8$

Ejercicio 5: Representa en la recta real los siguientes intervalos de números reales:

- a) $[2, 4]$ b) $(1, 6)$ c) $(-\infty, 6)$
 d) $(1, 2) \cup (4, 5)$ e) $[-3, 4] \cap (0, 7) = [-3, 4]$



Ejercicio 6: Efectuar las siguientes operaciones con potencias:

<p>a) $\frac{3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^7}{3^6 \cdot 3 \cdot 3^3} = 3^3 = 27$</p>	<p>b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-2} = 6^2 = 36$</p>
<p>c) $\frac{5^0 \cdot (5^2)^4 \cdot 5^{-3}}{5^3 \cdot ((5^2)^2)^2} = 5^{-6} = \frac{1}{5^6}$</p>	<p>d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{45} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{25} = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$</p>
<p>e) $\left(\frac{2}{3} + 1\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5} - 1\right)^2 - \left[\left(\frac{3}{2} - 4\right) : \left(\frac{-8}{3} + 1\right) + \frac{1}{2}\right]^4 =$ $= -15$</p>	<p>f) $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-1}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$</p>
<p>g) $\frac{0'1 \cdot (10^{-4})^{-2} \cdot 0'000004}{0'8 \cdot 0'005 \cdot (10^{-2})^2} = 10^8$</p>	<p>h) $\frac{(0'001 + 0'003)^2 \cdot 10^8}{\frac{1}{10^5} \cdot 1000000 \cdot 0'16} = 10^3$</p>

Ejercicio 7: Operar y simplificar al máximo posible:

<p>a) $\frac{a^2 \cdot a^{-3} \cdot (a^4)^{-5}}{(a^{-1})^{-5} \cdot a^{-26}} = 1$</p>	<p>b) $\left[2 \cdot a \cdot b^{-2} \cdot c\right]^{-1} \cdot 8a^2 : (2(b^{-2})^{-2}) =$ $= c^{-2} = \frac{1}{c^2}$</p>
<p>c) $\left[\frac{4}{5} + \left(\frac{3^2}{4^3} - \left(2 - \frac{1}{5}\right)^{-2}\right)^3\right]^0 = 1$</p>	<p>d) $\frac{10^{-17}}{\left[(-0'1)^2\right]^3} = 10$</p>

Ejercicio 8: Realizar los siguientes cálculos con radicales:

<p>a) $\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{1 + \frac{7}{9}} = \frac{4}{3}$</p>	<p>b) $\sqrt[3]{122} + \sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{8} = 5$</p>
--	---

<p>c) $a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} =$ $= a^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{a^{25}} = a^2 \cdot \sqrt[12]{a}$</p>	<p>d) $\frac{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} =$ $\times \frac{19}{120} = \sqrt[120]{x^{19}}$ $\frac{\sqrt[6]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[8]{x^7}}$</p>
--	---

Ejercicio 9: Efectuar las siguientes operaciones:

<p>a) $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$</p>	<p>b) $(6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3})^2 = 147$</p>
<p>c) $-5\sqrt{3} - (3\sqrt{27} - \sqrt{12}) = -12\sqrt{3}$</p>	<p>d) $3\sqrt{x} - \sqrt{4x} + \sqrt{36x} - 5\sqrt{x - \frac{9x}{25}} = 3\sqrt{x}$</p>

Ejercicio 10: Racionalizar los siguientes radicales:

<p>a) $\frac{7}{\sqrt{7}} = \sqrt{7}$</p>	<p>b) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$</p>
<p>c) $\frac{4}{\sqrt{x-1}} = \frac{4\sqrt{x-1}}{x-1}$</p>	<p>d) $\frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2+\sqrt{5}}{2-5} = -\frac{2+\sqrt{5}}{3}$</p>
<p>e) $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$</p>	<p>f) $\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+4}$</p>

Ejercicio 11: Efectuar las siguientes operaciones con polinomios:

a) $\left(-2x^2 + \frac{2}{3}x - 1\right) \cdot 3x - 1 = -6x^3 + 2x^2 - 3x - 1$

b) $(-3x^3 - 5x - 4) \cdot (-x^2 - 3) = 3x^5 + 14x^3 + 4x^2 + 15x + 12$

c) $(-x + 4)^2 = x^2 - 8x + 16$

d) $\left(-3x + \frac{x^2}{2} - 4 + x^4\right) \cdot \left(\frac{x^2 - x}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (2x^6 - 2x^5 + x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 8x)$

Ejercicio 12: Realiza las siguientes divisiones de polinomios:

a) $(x - 5x^2 + 3 - x^4) : (x^2 + 1 - x)$
 Cociente: $-x^2 - x - 5$
 Resto: $-3x + 8$

b) $\left(1 + x + \frac{1}{2}x^2 + x^3\right) : (2x - 1)$
 Cociente: $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$
 Resto: $\frac{7}{4}$

c) $(-2x^4 - x - 1) : (4x^2 + 1)$

Cociente: $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}$
 Resto: $-x - \frac{9}{8}$

d) $(x^3 - x^2 + x - \frac{25}{27}) : (x - \frac{1}{3})$

Cociente: $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{9}$
 Resto: $-\frac{2}{3}$

Ejercicio 13: Aplicando la regla de Ruffini, calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^3 - 2x + 1) : (x - 2)$

Cociente: $x^2 + 2x + 2$
 Resto: 5

b) $(x^3 - 2x^2 + 1) : (x - 1)$

Cociente: $x^2 + x - 1$
 Resto: 0

c) $(-2x^4 + 3x^2 - 5x + 20) : (x + 2)$

Cociente: $-2x^3 + 4x^2 - 5x + 5$
 Resto: 10

d) $(-x^3 - x^2 - 2x - 1) : (x - \frac{1}{2})$

Cociente: $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{11}{4}$
 Resto: $-\frac{19}{8}$

e) $(\frac{-3}{2}x^2 - 5x - 4) : (x + 2)$

Cociente: $-\frac{3}{2}x - 2$
 Resto: 0

e) $(x^3 - x^2 + x - \frac{25}{27}) : (x - \frac{1}{3})$

Cociente: $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{9}$
 Resto: $-\frac{2}{3}$

Ejercicio 14: Descomponer en factores los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

$= (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2)$

b) $3x^2 - 6x + 3$

$= 3 \cdot (x - 1)^2$

c) $3x^2 - 9x + 6$

$= 3(x - 1) \cdot (x - 2)$

d) $x^4 + 20x^2 + 100$

$= (x^2 + 10)^2$

e) $2x^3 - 5x^2 + x + 2$

$= 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + \frac{1}{2})$

f) $x^2 - 12x + 36$

$= (x - 6)^2$

g) $\frac{x^2}{4} - x + 1$

$= \frac{1}{4} \cdot (x - 2)^2$

h) $x^2 - 9$

$= (x - 3) \cdot (x + 3)$

i) $-6x^3 + 17x^2 - 11x + 2$

$= -6 \cdot (x - 2) \cdot (x - \frac{1}{2}) \cdot (x - \frac{1}{3})$

j) $-3x^3 - 2x^2 + 12x - x^2 + 12$

$= -3 \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 2)$

k) $2x^3 + 3x^2 - \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$

$= 2 \cdot (x - \frac{1}{2}) \cdot (x + \frac{1}{2}) \cdot (x + \frac{3}{2})$

l) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3}t + \frac{1}{9}t^2$

$= \frac{1}{9} \cdot (t - \frac{3}{2})^2$

$$m) 36x^2 - 49$$

$$= (6x-7) \cdot (6x+7)$$

$$n) x^2 + 16$$

No se puede descomponer.

Ejercicio 15: Calcular el MCD y el MCM de los siguientes grupos de polinomios:

$$a) x^2 - 1, 2x - 2$$

$$\text{MCD} = x - 1$$

$$\text{MCM} = 2 \cdot (x-1) \cdot (x+1)$$

$$b) x^2 - 6x + 9, x^2 - 9, xy - 3y$$

$$\text{MCD} = x - 3$$

$$\text{MCM} = y \cdot (x-3)^2 \cdot (x+3)$$

$$c) x^2 + x - 6, x^2 - 3x + 2$$

$$\text{MCD} = x - 2$$

$$\text{MCM} = (x-2)(x+3)(x-1)$$

$$d) x^2, x^3 - x, x - 1$$

$$\text{MCD} = 1$$

$$\text{MCM} = x^2(x-1)(x+1)$$

Ejercicio 16: Simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

$$a) \frac{x-2}{x^2-4}$$

$$= \frac{1}{x+2}$$

$$b) \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$$

$$= \frac{x-2}{x+3}$$

$$c) \frac{x^2-4}{x^3+5x^2+6x}$$

$$= \frac{x-2}{x \cdot (x+3)}$$

$$d) \frac{9x^2+18x+9}{27x+27} = \frac{x+1}{2}$$

Ejercicio 17: Efectuar las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

$$a) \frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} =$$

$$= \frac{x^2-2}{x^3}$$

$$b) \frac{-5x^2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} =$$

$$= \frac{-4x^2+x}{(x-1) \cdot (x+1)}$$

$$c) \frac{2x}{x+3} - \frac{x-4}{3+2x} =$$

$$= \frac{3x^2+7x+12}{(x+3)(2x+3)}$$

$$d) \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + \frac{x^2}{1-x^2} + 1 =$$

$$= \frac{2x^2+3}{(1-x)(1+x)}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x+5}{2x-4} - \frac{3-x}{x^2-4} - \frac{3x}{x+2} &= \\ &= \frac{-5x^2 + 21x + 4}{2 \cdot (x-2) \cdot (x+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{2x}{x^2-1} \cdot \frac{x-2}{4} &= \\ &= \frac{x \cdot (x-2)}{2 \cdot (x-1) \cdot (x+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \left(\frac{1}{x}-1\right) \cdot \left(1+\frac{1}{x-1}\right) &= \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \frac{1-x}{1-x^2} &= \\ &= \frac{1}{(1+x)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{y^2-7y+10}{-y^3} : \frac{y^2-25}{y^2} &= \\ &= - \frac{y-2}{y \cdot (y+5)} \end{aligned}$$

Ejercicio 18: Efectuar las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3-x}{x} + \frac{2x}{x-1} - \frac{x-1}{3x} &= \\ &= \frac{2x^2 + 14x - 10}{3x \cdot (x-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x-2}{x-1} + \frac{x(x-1)}{x-2} - \frac{x+1}{2} &= \\ &= \frac{x^3 - 5x + 6}{2 \cdot (x-1) \cdot (x-2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{x}-1\right) &= \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (x+1) \cdot \left[\frac{(x+1)^2}{x^2-1} + x-1\right] &= \\ &= \frac{x^3 + x + 2}{x-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \left(1 + \frac{a}{b}\right) : \frac{a^2-b^2}{ab-b^2} &= \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \left(x^2 - x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) : \left(x-1 + \frac{1}{x}\right) &= \\ &= \frac{x^2-1}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \frac{x}{x-1} \cdot (x^2-1) + 1 - x^2 &= \\ &= x+1 \end{aligned}$$