HOJA 2 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 2: **DERIVADAS**

Ejercicio 1: Halla la derivada de la función $f(x)=\dfrac{2}{x+1}$ en el punto $x=3$, aplicando la definición de derivada.

Ejercicio 2:

a) Comprueba que la siguiente función es continua y derivable y halla $f'(0)$, $f'(3)$ y $f'(1)$:

$$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & si \quad x<1 \\ x^2+x & si \quad x\geq 1 \end{cases}$$

b) ¿Cuál es su función derivada?

c) ¿En qué punto se cumple que $f'(x)=5$?

Ejercicio 3: Comprueba que $f(x)$ es continua pero no derivable en $x=2$:

$$f(x)=\begin{cases} \ln(x-1) & si \quad x<2 \\ 3x-6 & si \quad x\geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 4: Considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2-5x+m & si \quad x\leq 1 \\ -x^2+nx & si \quad x>1 \end{cases}$

a) Calcula m y n para que f sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

b) ¿En qué puntos es $f'(x)=0$?

Ejercicio 5: Dada la función $f(x)=\begin{cases} e^{-x} & si \quad x\leq 0 \\ 1-x & si \quad x>0 \end{cases}$, estudia si es continua y derivable en todo $\mathbb{R}$.

Ejercicio 6: Calcula a y b para que la siguiente función sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+3x & si \quad x\leq 2 \\ x^2-bx-4 & si \quad x>2 \end{cases}$$

Ejercicio 7: Sea la función $f(x)=x\cdot|x|$

a) Halla $f'(x)$

b) Halla $f''(x)$

c) Representa f' y f''

Ejercicio 8:

a) Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ en el punto de abscisa $x_0=2$

b) Lo mismo para $y=2^{x^2-x}+\ln(x+1)-5$ en $x_0=0$

Ejercicio 9: Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=x^2+4$. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 10: Halla las tangentes a la curva $y=\dfrac{2x}{x-1}$ paralelas a la recta $2x+y=0$.

Ejercicio 11: Dada la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\ln(x)$, donde ln es la función logaritmo neperiano, comprueba que la recta de ecuación $y=-e\cdot x+1+e^2$ es la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa de $x=e$.

Ejercicio 12: Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\ln\left(x^2+3x\right)$:

a) Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela la recta de ecuación $x-2y+1=0$.
b) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.

Ejercicio 13: Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2\cdot|x-3|$, estudia su continuidad y derivabilidad.

Ejercicio 14: La recta tangente a la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=mx^2+nx-3$, en el punto $(1,-6)$ es paralela a la recta de ecuación $y=-x$. Determina las constantes m y n y halla la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 15: Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2Ln(x)$. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=\sqrt{e}$

Ejercicio 16: Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función continua definida por $f(x)=\begin{cases}|2-x| & si \quad x<a\\ x^2-5x+7 & si \quad x\geq a\end{cases}$ donde a es un número real.

a) Determina a.
b) Halla la función derivada de f.