

**HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS**

**UNIDAD 2: DERIVADAS**

**Ejercicio 1:** Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = x^4 + 3x^2 - 6$	b) $y = 6x^3 - x^2$	c) $y = \frac{x^5}{a+b} - \frac{x^2}{a-b}$	d) $y = \frac{x^3 - x^2 + 1}{5}$
e) $y = 2ax^3 - \frac{x^2}{b} + c$	f) $y = 6x^{\frac{7}{2}} + 4x^{\frac{5}{2}} + 2x$	g) $f(x) = \sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - 4$	h) $y = \frac{(x+1)^3}{x^{\frac{3}{2}}}$
i) $y = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 5$	j) $y = \frac{ax^2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{b}{x\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	k) $h(x) = (1+4x^3)(1+2x^2)$	l) $y = x(2x-1)(3x+2)$
m) $y = (2x-1)(x^2 - 6x + 3)$	n) $f(x) = \frac{2x^4}{b^2 - x^2}$	o) $v(t) = \frac{a-t}{a+t}$	p) $f(t) = \frac{t^3}{1+t^2}$
q) $f(s) = \frac{(s+4)^2}{s+3}$	r) $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 - x - 2}$	s) $y = (2x^2 - 3)^2$	t) $g(a) = (x^2 + a^2)^5$
u) $y = \sqrt{x^2 + a^2}$	v) $y = (a+x)\sqrt{a-x}$	x) $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$	y) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$

**Ejercicio 2:** Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$	b) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$	c) $y = x \ln x$	d) $f(x) = \log_2(x^3 - 2x + 5)$
e) $y = \log(x^2 + x)$	f) $y = \ln^3 x + \sqrt{\log x} + \log_3 x^4$	g) $y = e^{4x+5}$	h) $y = a^{x^2}$
i) $g(r) = 7^{r^2+2r}$	j) $y = e^x(1-x^2)$	k) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$	l) $y = \ln\left(\frac{2x}{3x+1}\right)$
m) $y = 3\operatorname{sen} x - \cos x + 7$	n) $f(x) = \operatorname{cotg} x$	ñ) $f(x) = \frac{2}{\cos x}$	o) $y = L \frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x}$
p) $h(x) = 5^{3x^2+2x-1}$	q) $g(x) = \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) - 7$	r) $g(x) = \operatorname{arccos}(e^{2x})$	s) $g(x) = \frac{3}{(x-5)^2}$
t) $y = \operatorname{sen}^2 x$	u) $y = \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{e^x - 1}$	v) $f(x) = 2\operatorname{sen} x + \cos 3x$	x) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x}$
y) $f(t) = t \operatorname{sen} t + \operatorname{cost}$	z) $y = \operatorname{sen} 2x \cos 3x$	A1) $f(t) = \operatorname{sen}^3 t \operatorname{cost}$	B1) $y = a\sqrt{\cos 2x}$

C1) $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x$	D1) $y = \ln(\cos x)$	E1) $y = \ln \operatorname{sen}^2 x$	F1) $y = \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sec x}$
G1) $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x}}$	H1) $y = \log_3(x^2 - \operatorname{sen} x)$	I1) $y = L \frac{1 + x^2}{1 - x^2}$	J1) $f(x) = x \ln x$
K1) $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$	L1) $y = a^{\operatorname{tg}(nx)}$	M1) $y = e^{\cos x} \cdot \sin x$	N1) $f(x) = e^{x^2} \cdot \operatorname{tg} x$
Ñ1) $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$	O1) $f(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{1 - x^2}}$	P1) $y = \frac{x^2 \sin 2x}{2} + \frac{x \cos 2x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x$	Q1) $h(t) = \cos^2 t + \sin^2 t$

**Ejercicio 3:** Calcula:

- Derivada de  $f(x) = x^4 + 4x - 1$  en el punto de abscisa  $x = 1$
- Derivada de  $f(x) = L(x + 3)$  en  $x = 2$
- Derivada de  $f(x) = \cos\left(5x + \frac{\pi}{2}\right)$  en  $x = \pi$

**Ejercicio 4:** Calcula la derivada de orden  $n$  de la función  $f(x) = e^{2x}$

**Ejercicio 5:** ¿Qué valores han de tener  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ ax^2 + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$

sea derivable en  $x = 2$ ?

**Ejercicio 6:** Halla la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva  $y = 3\operatorname{sen} 2x$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 7:** Di si la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$  es derivable en  $x = 1$ .

**Ejercicio 8:** Halla los puntos de derivada nula de la función  $y = (3x - 2x^2)e^x$

**Ejercicio 9:** Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{x-2}{x+1}$  en su punto de corte con el eje de abscisas

**Ejercicio 10:** Sea la función definida para todo nº real  $x$  por  $f(x) = ax^3 + bx$ . Determine  $a$  y  $b$  para que su gráfica pase por el punto  $(1,1)$  y en ese punto la pendiente de la recta normal es  $\frac{1}{3}$

**Ejercicio 11:** Sea la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-k}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- Calcule el valor de  $k$  para que la función  $f$  sea continua en  $x = 0$ . Para ese valor de  $k$ , ¿es  $f$  derivable en  $x = 0$ ?

b) Para  $k = 0$ , calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

**Ejercicio 12:** Determina, si es posible, el valor del parámetro  $a$  para que la función  $f$  sea derivable en todo su dominio de definición:

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ a(1 - e^{1-x}) & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

**Ejercicio 13:** Dada la función  $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1-x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ , estudia si es continua y derivable en todo  $\mathbb{R}$

**Ejercicio 14:** Dada la función  $f(x) = e^{\sin x}$ , halla:  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  y  $f'''(x)$ .

**Ejercicio 15:** Calcula los puntos de las gráficas de las funciones siguientes donde la recta tangente es horizontal:

a)  $f(x) = \frac{x}{(x+3)^2}$                       b)  $y = \frac{16}{x^2(x-4)}$