

**ÁLGEBRA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD**  
**ANDALUCÍA – 2019-**

**Ejercicio 1:** (2019)

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , halla la matriz  $X$  que cumple

$AX = (A^{-1}A^t + I)^2$ , siendo  $A^t$  la matriz traspuesta de  $A$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

**Ejercicio 2:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 4 \\ -\lambda x + y + z = 1 \\ x + y + z = \lambda + 3 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de  $\lambda$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 3:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,25 puntos] Estudia el rango de  $A$  según los valores de  $m$ .

(b) [1,25 puntos] Sabiendo que para  $m = 1$  el sistema dado por  $AX = B$  tiene solución, encuentra  $k$  y resuélvelo.

**Ejercicio 4:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx + (m+1)z = m \\ my + z = m \\ y + mz = m \end{cases}$$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de  $m$ .

(b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para  $m = 1$ .

**Ejercicio 5:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ (m+2)x + y - z = m \\ 3x + (m+2)y + z = m \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de  $m$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para  $m = 0$ .

**Ejercicio 6:** (2019)

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

### **Ejercicio 7:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) [1 punto] Calcula los valores de  $m$  para los cuales  $A$  tiene inversa.
- (b) [1,5 puntos] Para  $m = 2$ , encuentra la matriz  $X$  que cumple  $AX - BB^t = I$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

### **Ejercicio 8:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

- (a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de  $m$  para los que el sistema tiene infinitas soluciones.
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $m = 3$ . En este caso, ¿hay alguna solución en la que  $x = 10$ ? Razona tu respuesta.

### **Ejercicio 9:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  de la que se sabe que tiene determinante 5.

- (a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$$3A \text{ y } \begin{pmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{pmatrix}.$$

- (b) [0,75 puntos] Si  $B$  es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz  $BA^{-1}$ .

### **Ejercicio 10:** (2019)

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- (a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de  $a$  para los que el sistema dado por  $AX = 2X$  tiene infinitas soluciones.
- (b) [1 punto] Para  $a = 0$ , si es posible, resuelve  $AX = 2X$ .

### **Ejercicio 11:** (2019)

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula todas las matrices  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  tales que  $a + d = 1$ , tienen determinante 1 y cumplen  $AX = XA$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

### **Ejercicio 12:** (2019)

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

considera el sistema de ecuaciones lineales dado por  $X^t A = B^t$ , donde  $X^t, B^t$  denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de  $m$ .