

ÁLGEBRA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA – 2019-

Ejercicio 1: (2019)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple

$AX = (A^{-1}A^t + I)^2$, siendo A^t la matriz traspuesta de A e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 2: (2019)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 4 \\ -\lambda x + y + z = 1 \\ x + y + z = \lambda + 3 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $\lambda = 1$.

Ejercicio 3: (2019)

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,25 puntos] Estudia el rango de A según los valores de m .

(b) [1,25 puntos] Sabiendo que para $m = 1$ el sistema dado por $AX = B$ tiene solución, encuentra k y resuélvelo.

Ejercicio 4: (2019)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx + (m+1)z = m \\ my + z = m \\ y + mz = m \end{cases}$$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de m .

(b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para $m = 1$.

Ejercicio 5: (2019)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ (m+2)x + y - z = m \\ 3x + (m+2)y + z = m \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de m .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 0$.

Ejercicio 6: (2019)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

Ejercicio 7: (2019)

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) [1 punto] Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.
- (b) [1,5 puntos] Para $m = 2$, encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 8: (2019)

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

- (a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema para $m = 3$. En este caso, ¿hay alguna solución en la que $x = 10$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 9: (2019)

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ de la que se sabe que tiene determinante 5.

- (a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$$3A \text{ y } \begin{pmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{pmatrix}.$$

- (b) [0,75 puntos] Si B es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz BA^{-1} .

Ejercicio 10: (2019)

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- (a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de a para los que el sistema dado por $AX = 2X$ tiene infinitas soluciones.
- (b) [1 punto] Para $a = 0$, si es posible, resuelve $AX = 2X$.

Ejercicio 11: (2019)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a + d = 1$, tienen determinante 1 y cumplen $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 12: (2019)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$,

considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^t A = B^t$, donde X^t , B^t denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de m .