ÁLGEBRA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA – 2015-2018

Ejercicio 1: (2015)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcl} \alpha x + y + 3z & = & 4 \\ x + y - 2z & = & -2 \\ -x + 2y + (3+\alpha)z & = & 4+\alpha \end{array}\right.$$

a) **[1'25 puntos]** Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema dado tiene solución única.

b) **[1'25 puntos]** Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema dado tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

Ejercicio 2: (2015)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) **[1 punto]** Halla el determinante de una matriz X que verifique la igualdad $X^2AX = B$.

b) **[1'5 puntos]** Determina, si existe, la matriz Y que verifica la igualdad $A^2YB^{-1} = A$.

Ejercicio 3: (2015)

Ejercicio 3.- Considera el sistema dado por $AX = B$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & \alpha \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha - 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) **[0'75 puntos]** Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene solución única.

b) **[0'75 puntos]** Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema no tiene solución.

c) **[1 punto]** Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

Ejercicio 4: (2015)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) **[1'75 puntos]** Halla la matriz X que verifica $AX - B = I$ (I denota la matriz identidad de orden 3).

(b) **[0'75 puntos]** Calcula el determinante de la matriz $(A^2B^{-1})^{2015}$.

Ejercicio 5: (2015)

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) **[1'5 puntos]** Determina la matriz X para la que $A^t X B^{-1} = C$, (A^t es la traspuesta de A).

b) **[1 punto]** Calcula el determinante de $B^{-1}(C^tC)B$, (C^t es la traspuesta de C).

Ejercicio 6: (2015)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 2x + y + (\alpha - 1)z & = & \alpha - 1 \\ x - \alpha y - 3z & = & 1 \\ x + y + 2z & = & 2\alpha - 2 \end{array} \right.$$

a) **[1 punto]** Resuelve el sistema para $\alpha = 1$.

b) **[1'5 puntos]** Determina, si existe, el valor de α para el que $(x, y, z) = (1, -3, \alpha)$ es la única solución del sistema dado.

Ejercicio 7: (2015)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \lambda x + y - z & = & -1 \\ \lambda x \quad + \lambda z & = & \lambda \\ x + y - \lambda z & = & 0 \end{array} \right.$$

a) **[1'5 puntos]** Discute el sistema según los valores de λ.

b) **[1 punto]** Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 8: (2015)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$$

a) **[1'5 puntos]** Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango.

b) **[1 punto]** Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

Ejercicio 9: (2015)

Ejercicio 3.- **[2'5 puntos]** Halla la matriz X que verifica la igualdad $AXA^{-1} + B = CA^{-1}$ sabiendo que

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10: (2015)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcl} \lambda x + \lambda y + \lambda z & = & 0 \\ \lambda x + 2y + 2z & = & 0 \\ \lambda x + 2y + z & = & 0 \end{array}\right.$$

a) **[1'75 puntos]** Discute el sistema según los valores de λ.

b) **[0'75 puntos]** Determina, si existen, los valores de λ para los que el sistema tiene alguna solución en la que $z \neq 0$.

Ejercicio 11: (2015)

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ m-1 & 0 & 2 \\ 0 & 1-m & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[1'75 puntos]** Halla el valor, o valores, de m para los que la matriz A tiene rango 2.

b) **[0'75 puntos]** Para $m = 1$, determina A^{2015}.

Ejercicio 12: (2015)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcl} x \qquad + \alpha z & = & 2 \\ 2x + \alpha y \qquad & = & \alpha + 4 \\ 3x + y + (\alpha+4)z & = & 7 \end{array}\right.$$

a) **[1'75 puntos]** Discute el sistema según los valores de α.

b) **[0'75 puntos]** Resuelve el sistema para $\alpha = 2$.

Ejercicio 13: (2016)

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

a) **[1'75 puntos]** Estudia, según los valores de λ, el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

b) **[0'75 puntos]** Resuelve el sistema dado por $(A - 2I)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 14: (2016)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{rcl} x+(\lambda+1)y+z & = & 1 \\ \lambda y+z & = & 0 \\ \lambda y+\lambda z & = & \lambda \end{array}\right.$

a) **[1 punto]** Discútelo según los valores de λ.

b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $\lambda=0$.

c) **[0'75 puntos]** Determina, si existe, el valor de λ para el que hay una solución en la que $z=2$. Calcula esa solución.

Ejercicio 15: (2016)

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones dado en forma matricial mediante $AX=B$ siendo

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & m+2 & m \\ 1 & 1 & m+2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1-m \\ m \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) **[1'5 puntos]** Discute el sistema según los valores de m.

b) **[1 punto]** Resuelve el sistema para $m=-3$ y determina en dicho caso, si existe, una solución en la que $x=2$.

Ejercicio 16: (2016)

Ejercicio 3.- De los datos recabados en un informe sobre los beneficios obtenidos por las empresas A, B y C el pasado año, se desprende lo siguiente:

- la empresa B obtiene el mismo beneficio que las empresas A y C juntas.
- el beneficio de la empresa A es la media aritmética del de las otras dos.

a) **[1'5 puntos]** Determina si se puede hallar el beneficio de cada empresa sabiendo que A ha obtenido el doble que C.

b) **[1 punto]** Calcula el beneficio de cada empresa sabiendo que entre las tres han obtenido 210 millones de euros.

Ejercicio 17: (2016)

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} k & 1+k \\ 1-k & 0 \end{pmatrix}$. Determina, si existen, los valores de k en cada uno de los casos siguientes:

a) **[0'75 puntos]** rango$(A)=1$.

b) **[0'75 puntos]** $A^2=A$.

c) **[0'5 puntos]** A tiene inversa.

d) **[0'5 puntos]** det$(A)=-2$.

Ejercicio 18: (2016)

Ejercicio 3.- Considera la matriz: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda+1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **[1'5 puntos]** Determina, si existen, los valores de λ para los que $A^{-1}=2I-A$ (siendo I la matriz identidad de orden 3).

b) **[1 punto]** Determina, si existen, los valores de λ para los que la matriz $A+A^T$ no tiene inversa (A^T es la matriz traspuesta de A).

Ejercicio 19: (2016)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}.$$

a) [**1'75 puntos**] Halla la matriz X que verifica $AX + B = 2A$.

b) [**0'75 puntos**] Calcula B^2 y B^{2016}.

Ejercicio 20: (2016)

Ejercicio 3.- Se considera el sistema de ecuaciones lineales $\left\{ \begin{array}{rcl} (3\alpha-1)x+2y & = & 5-\alpha \\ \alpha x + y & = & 2 \\ 3\alpha x + 3y & = & \alpha+5 \end{array} \right.$

a) [**1'5 puntos**] Discútelo según los valores del parámetro α.

b) [**1 punto**] Resuélvelo para $\alpha = 1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x = 4$.

Ejercicio 21: (2016)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x-4y+2z & = & 1 \\ 5x-11y+9z & = & \lambda \\ x-3y+5z & = & 2 \end{array} \right\}$$

a) [**1'75 puntos**] Discute el sistema según los valores de λ.

b) [**0'75 puntos**] Resuélvelo, si es posible, para $\lambda = 4$.

Ejercicio 22: (2016)

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) [**1 punto**] Calcula el rango de $AB^T + \lambda I$ según los valores de λ (B^T es la matriz traspuesta de B, I es la matriz identidad de orden 3).

b) [**1'5 puntos**] Calcula la matriz X que verifica $CX - X = 2I$.

Ejercicio 23: (2017)

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula la matriz inversa de $(A+B)$.

b) **[1,25 puntos]** Calcula el determinante de $2A^{-1}(A+B)^t$, siendo $(A+B)^t$ la matriz traspuesta de $A+B$.

Ejercicio 24: (2017)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $ABX - 2C = CX$.

Ejercicio 25: (2017)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix},\ M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \ \text{ y } \ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) [0,75 puntos] Calcula BM.

b) [1 punto] Razona si el sistema dado por $AX = B$ tiene solución o no y, en caso afirmativo, cuántas soluciones tiene.

c) [0,75 puntos] Resuelve $AX = B$.

Ejercicio 26: (2017)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 3x + ky & = & 1 \\ 2x - y + kz & = & 1 \\ x - 3y + 2z & = & 1 \end{array} \right.$$

del que se sabe que para un cierto valor de k es compatible indeterminado.

a) [1,5 puntos] Determina el valor de k.

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $k = 1$.

Ejercicio 27: (2017)

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) [1 punto] Determina los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

b) [1,5 puntos] Resuelve $AX = -3X$. Determina, si existe, alguna solución con $x = 1$.

Ejercicio 28: (2017)

Ejercicio 3.- Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona la respuesta.

b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 29: (2017)

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & m-2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} m \\ 2m+1 \\ m-1 \end{pmatrix}.$$

a) [1,25 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

b) [1,25 puntos] Para $m = 2$, calcula, si es posible, una solución del sistema anterior para la que $z = 17$.

Ejercicio 30: (2017)

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k+1 & k & 0 \\ 0 & k+1 & k+1 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Discute el rango de A según los valores de k.

b) [1 punto] Para $k = 1$, calcula el determinante de $2\left(A^t A^{-1}\right)^{2017}$, siendo A^t la traspuesta de A.

Ejercicio 31: (2017)

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) [0,5 puntos] Comprueba que $AA^t - 2A = I$ (A^t denota la traspuesta de A e I la matriz identidad).

b) [0,75 puntos] Calcula A^{-1}.

c) [1,25 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $XA + I = 3A$.

Ejercicio 32: (2017)

Ejercicio 3.- Sea A una matriz 3×3 tal que $\det(2A) = 8$.

a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale $\det(A)$?

b) [0,75 puntos] Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $\det(B)$?

c) [1,25 puntos] Determina los valores de x para los que la siguiente matriz A verifica que $\det(2A) = 8$,

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 33: (2017)

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & m \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

b) [1 punto] Para $m = 2$, si es posible, resuelve el sistema dado.

Ejercicio 34: (2017)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & m-1\\ 0 & m-1 & 2-m\\ 0 & -1 & 2-m\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}.$$

a) [1 punto] Determina los valores de m para los que la matriz A no tiene inversa.

b) [1,5 puntos] Para $m=1$, calcula, si existe, la matriz X que verifica la igualdad $A^{-1}XA+I=B$, siendo I la matriz identidad.

Ejercicio 35: (2018)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y + (m+3)z = 3\\ x + y + z = 3m\\ 2x + 4y + 3(m+1)z = 8\end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para $m=-2$.

Ejercicio 36: (2018)

Ejercicio 3.-

a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de $34,50$ euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros;
- se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas;
- tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 37: (2018)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1 & \lambda\\ 2 & -\lambda & 1\\ 2\lambda & -1 & 1\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}-1\\ 1\\ 0\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$$

a) [1,25 puntos] Discute el rango de A según los valores del parámetro λ.

b) [1,25 puntos] Para $\lambda=-2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX=B$.

Ejercicio 38: (2018)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}-2 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & -2\end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 3\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D=(4\ \ -5\ \ 6).$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X-BA+X=CD$.

Ejercicio 39: (2018)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Calcula A^{2018}.

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X+2I) = BC$ donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 40: (2018)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x + y + mz & = & 1 \\ x + my + z & = & 1 \\ x + 2y + 4z & = & m \end{array} \right.$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema en función del parámetro m.

b) [0,75 puntos] Si es posible, resuelve el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 41: (2018)

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [0,75 puntos] Determina, si existen, los valores de a, b y c para los que las matrices A y B conmutan.

b) [1 punto] Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018}.

c) [0,75 puntos] Calcula, si existe, la matriz inversa de A.

Ejercicio 42: (2018)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & mz & = & m^2 \\ & & y & - & z & = & m \\ x & + & my & + & z & = & m \end{array} \right.$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) [1 punto] Resuélvelo para $m = 1$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $z = 2$.

Ejercicio 43: (2018)

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema dado por $AX = mX$ según los valores del parámetro m.

b) [0,5 puntos] Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.

c) [0,5 puntos] Para $m = 3$ resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 44: (2018)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x - z & = & m \\ my + 3z & = & 1 \\ 4x + y - mz & = & 5 \end{array} \right.$$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [1 punto] Para $m = 1$ resuelve el sistema y encuentra, si es posible, una solución para la que sea $x = z$.

Ejercicio 45: (2018)

Ejercicio 3.- Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$. Sabiendo que el determinante de M es 2, calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades que utilices:

a) [0,75 puntos] El determinante de la matriz $5M^4$.

b) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ **c) [1 punto]** $\begin{vmatrix} 1 & x+6 & x \\ 2 & y & y \\ 3 & z+3 & z \end{vmatrix}$

Ejercicio 46: (2018)

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) [0,75 puntos] Halla, si existe, la inversa de A.

b) [1,25 puntos] Determina los valores de m tales que $(A - mI)$ tiene inversa (I es la matriz identidad).

c) [0,5 puntos] Calcula el rango de $(A - 2I)$.