



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Según un determinado modelo, la concentración en sangre de cierto medicamento viene dada por la función  $C(t) = te^{-t/2}$  mg/ml, siendo  $t$  el tiempo en horas transcurridas desde que se le administra el medicamento al enfermo.

- (a) [2 puntos] Determina, si existe, el valor máximo absoluto de la función y en qué momento se alcanza.
- (b) [0,5 puntos] Sabiendo que la máxima concentración sin peligro para el paciente es 1 mg/ml, señala si en algún momento del tratamiento hay riesgo para el paciente.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Dado un número real  $a > 0$ , considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = x^2 - ax$ , y la recta  $y = 2ax$ . Determina  $a$  sabiendo que el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta anterior es 36.

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , halla la matriz  $X$  que cumple

$AX = (A^{-1}A^t + I)^2$ , siendo  $A^t$  la matriz traspuesta de  $A$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

**Ejercicio 4.-** Considera la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ -y + z + 5 = 0 \end{cases}$  y el plano  $\pi \equiv 2x + y - mz = 1$ .

- (a) [1,25 puntos] Calcula  $m$  sabiendo que  $r$  y  $\pi$  son paralelos.
- (b) [1,25 puntos] Para  $m = -1$ , calcula la distancia entre  $r$  y  $\pi$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Dada  $f: (1, e) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$  (ln denota la función logaritmo neperiano), determina la recta tangente a la gráfica de  $f$  que tiene pendiente máxima.

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: \left[0, \frac{\pi}{6}\right] \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua y sea  $F$  la primitiva de  $f$  que cumple

$$F(0) = \frac{\pi}{3} \text{ y } F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi. \text{ Calcula:}$$

(a) [1 punto]  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3f(x) - \cos(x)) dx$

(b) [1,5 puntos]  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(F(x))f(x) dx$

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 4 \\ -\lambda x + y + z = 1 \\ x + y + z = \lambda + 3 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de  $\lambda$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Halla cada uno de los puntos de la recta  $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$  de manera que junto

con los puntos  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(1, 0, 1)$  y  $C(0, 1, 1)$  formen un tetraedro de volumen  $\frac{5}{6}$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Dada la función  $f: (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ , calcula sus máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica de  $f$  (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Calcula los puntos de corte entre la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 2x - 4$ . Esboza el recinto que delimitan la gráfica de  $f$  y la recta.

(b) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,25 puntos] Estudia el rango de  $A$  según los valores de  $m$ .

(b) [1,25 puntos] Sabiendo que para  $m = 1$  el sistema dado por  $AX = B$  tiene solución, encuentra  $k$  y resuélvelo.

**Ejercicio 4.-** Considera la recta  $r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$  y el plano  $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$ .

(a) [1,25 puntos] Halla la ecuación general del plano perpendicular a  $\pi$  que contiene a  $r$ .

(b) [1,25 puntos] Calcula la distancia entre  $r$  y  $\pi$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Considera la función  $f$  definida por

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + 1} \quad \text{para } cx + 1 \neq 0.$$

Determina  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que la recta  $x = -1$  es una asíntota vertical a la gráfica de  $f$  y que  $y = 2x + 4$  es la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = -4x^2 + a$ , siendo  $a > 0$  un número real. Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 0$ . Calcula  $a$  sabiendo que el área del recinto es 18.

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx + (m + 1)z = m \\ my + z = m \\ y + mz = m \end{cases}$$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de  $m$ .

(b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para  $m = 1$ .

**Ejercicio 4.-** Se consideran los puntos  $A(0, -1, 3)$ ,  $B(2, 3, -1)$  y la recta  $r \equiv \frac{x + 2}{1} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 3}{3}$ .

(a) [1,25 puntos] Halla un punto  $C$  de  $r$  de forma que el triángulo  $ABC$  sea rectángulo en  $A$ .

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de  $r$  que equidistan de los puntos  $A$  y  $B$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Dada la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2$ , calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 0$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Determina la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que es derivable, que su función derivada cumple

$$f'(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano) y que la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(1, 0)$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ (m + 2)x + y - z = m \\ 3x + (m + 2)y + z = m \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de  $m$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para  $m = 0$ .

**Ejercicio 4.-** Se consideran los vectores  $\vec{u} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{v} = (1, -2, -1)$  y  $\vec{w} = (2, \alpha, \beta)$ , donde  $\alpha$  y  $\beta$  son números reales.

(a) [0,75 puntos] Determina los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para los que  $\vec{w}$  es ortogonal a los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .

(b) [0,75 puntos] Determina los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para los que  $\vec{w}$  y  $\vec{v}$  tienen la misma dirección.

(c) [1 punto] Para  $\alpha = 8$ , determina el valor de  $\beta$  para el que  $\vec{w}$  es combinación lineal de  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se sabe que la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) + ax + b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula  $a$  y  $b$ .

**Ejercicio 2.-** Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = xe^{-x^2}$ .

- (a) [1,25 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes coordenados y los extremos relativos de  $f$  (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1,25 puntos] Determina  $a > 0$  de manera que sea  $\frac{1}{4}$  el área del recinto determinado por la gráfica de  $f$  en el intervalo  $[0, a]$  y el eje de abscisas.

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

**Ejercicio 4.-** Considera las rectas  $r \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y-k}{2} = \frac{z}{2}$  y  $s \equiv \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

- (a) [1,5 puntos] Halla  $k$  sabiendo que ambas rectas se cortan en un punto.
- (b) [1 punto] Para  $k = 1$ , halla la ecuación general del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .



**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2018-2019**

**MATEMÁTICAS II**

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

---

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\sin^2(x)}$

---

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Calcula  $\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

---

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Calcula los valores de  $m$  para los cuales  $A$  tiene inversa.

(b) [1,5 puntos] Para  $m = 2$ , encuentra la matriz  $X$  que cumple  $AX - BB^t = I$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

---

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $A(2, 1, 0)$  y los planos  $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$  y  $\pi_2 \equiv x - y + z = 0$ .

(a) [1,25 puntos] Calcula la recta que pasa por  $A$  y es paralela a  $\pi_1$  y a  $\pi_2$ .

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de la recta  $s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$  que equidistan de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

---



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se sabe que la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(In denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula  $a$  y  $b$ .

**Ejercicio 2.-** Sean las funciones  $f, g: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = \sin(x)$  y  $g(x) = \sin(2x)$ .

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas  $x = 0$  y  $x = \frac{\pi}{3}$ .

**Ejercicio 3.-** Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de  $m$  para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $m = 3$ . En este caso, ¿hay alguna solución en la que  $x = 10$ ? Razona tu respuesta.

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(0, 3, -1)$  y  $B(0, 1, a)$  y el plano  $\pi$  de ecuación  $x - y + z = 0$ .

(a) [0,75 puntos] Determina  $a$  sabiendo que la recta que pasa por  $A$  y por  $B$  es paralela al plano  $\pi$ .

(b) [0,75 puntos] Halla el punto de corte del plano  $\pi$  con la recta que pasa por  $A$  y es perpendicular a dicho plano.

(c) [1 punto] Para  $a = 2$ , halla el plano que contiene a los puntos  $A$  y  $B$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .





**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Se considera la función  $f: (-2\pi, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \cos(x)}$$

(a) [1,5 puntos] Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

(b) [1 punto] Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

**Ejercicio 2.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$  para  $x \neq 1, -1$ .

(a) [2 puntos] Halla todas las funciones primitivas de  $f$ .

(b) [0,5 puntos] Calcula la primitiva que pasa por  $(2, 0)$ .

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  de la que se sabe que tiene determinante 5.

(a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$$3A \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 2a & d + 3a & g \\ 2b & e + 3b & h \\ 2c & f + 3c & i \end{pmatrix}.$$

(b) [0,75 puntos] Si  $B$  es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz  $BA^{-1}$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta que pasa por el punto  $P(2, -2, -1)$  con vector director  $\vec{v} = (k, 3 + k, -2k)$  y sea  $\pi$  el plano de ecuación  $-x + 2y + 2z - 1 = 0$ .

(a) [0,5 puntos] Calcula el valor de  $k$  para que  $r$  sea paralela a  $\pi$ .

(b) [0,5 puntos] Calcula el valor de  $k$  para que  $r$  sea perpendicular a  $\pi$ .

(c) [1,5 puntos] Para  $k = -1$ , calcula los puntos de  $r$  que distan 3 unidades de  $\pi$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se sabe que la gráfica de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c,$$

tiene un punto de inflexión para  $x = 1$  y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es  $y = -6x + 6$ . Calcula  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

**Ejercicio 2.-** Considera las funciones  $f, g: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = \cos(x)$  y  $g(x) = \sin(x)$ .

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto delimitado por las gráficas de  $f$  y de  $g$  en el intervalo  $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ .

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de  $a$  para los que el sistema dado por  $AX = 2X$  tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Para  $a = 0$ , si es posible, resuelve  $AX = 2X$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(-5, 3, 1)$  y la recta  $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

(a) [1 punto] Calcula la ecuación general del plano que pasa por  $P$  y contiene a  $r$ .

(b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta que pasa por  $P$  y corta perpendicularmente a  $r$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Considera la función  $f$  definida por

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x + 2} \quad \text{para } x \neq -1.$$

(a) [1,5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ .

(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$ . Halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(1, 1)$ . (Sugerencia: cambio de variable  $t = e^x$ ).

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula todas las matrices  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  tales que  $a + d = 1$ , tienen determinante 1 y cumplen  $AX = XA$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 4.-** Considera la recta  $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$  y los planos  $\pi_1 \equiv x = 0$  y  $\pi_2 \equiv y = 0$ .

(a) [1,25 puntos] Halla los puntos de la recta  $r$  que equidistan de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

(b) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de la recta  $r$  y la recta intersección de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .



**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2018-2019**

**MATEMÁTICAS II**

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

---

**Ejercicio 1.-** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x - a)e^x$ .

(a) [1,25 puntos] Determina  $a$  sabiendo que la función tiene un punto crítico en  $x = 0$ .

(b) [1,25 puntos] Para  $a = 1$ , calcula los puntos de inflexión de la gráfica de  $f$ .

---

**Ejercicio 2.-** Considera la funciones  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \ln(x + 2)$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano) y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$ .

(a) [1 punto] Esboza el recinto que determinan la gráfica de  $f$ , la gráfica de  $g$ , la recta  $x = 1$  y la recta  $x = 3$ . (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).

(b) [1,5 puntos] Determina el área del recinto anterior.

---

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 - m & 1 & 2m - 1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2m^2 - 1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

considera el sistema de ecuaciones lineales dado por  $X^t A = B^t$ , donde  $X^t, B^t$  denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de  $m$ .

---

**Ejercicio 4.-** Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(1, 0, 2)$  y  $C(0, 2, 1)$ .

(a) [1,25 puntos] Halla el área de dicho triángulo.

(b) [1,25 puntos] Calcula el coseno del ángulo en el vértice  $A$ .

---