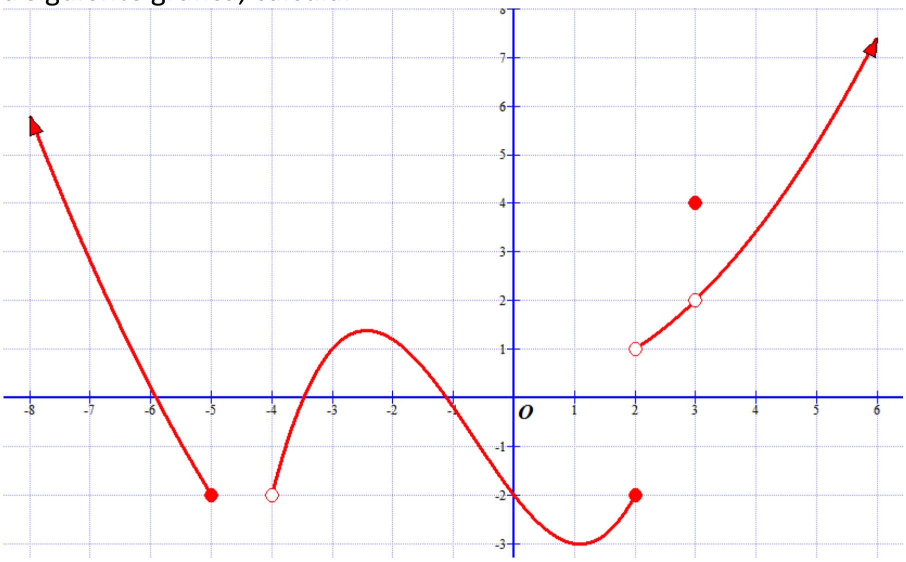
HOJA DE EJERCICIOS
UNIDAD 9: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD

Ejercicio 1.- Dada la siguiente gráfica, calcula:



a) $\lim\limits_{x\to -5^-} f(x)$	b) $\lim\limits_{x\to -5^+} f(x)$	c) $\lim\limits_{x\to -5} f(x)$	d) $\lim\limits_{x\to -4^-} f(x)$
e) $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)$	f) $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)$	g) $\lim\limits_{x\to -4} f(x)$	h) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
i) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$	j) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$	k) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$	l) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$
m) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$	n) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$	o) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$	p) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

Ejercicio 2.- Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = R - \{0,2\}$	$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$	$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 1$	$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1$

Ejercicio 3.- Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = R$	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 2$	$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 3$	f es par

Ejercicio 5.- Calcula los siguientes límites:

a.- $\lim\limits_{x\to 0} 2$	Sol: 2		b.- $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{3}{x^{12}}$	Sol: 0
c.- $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{6+x-x^2}$	Sol:0		d.- $\lim\limits_{x\to +\infty} (5x^2 - x + 1)$	Sol: $+\infty$

e.- $\underset{x\to+\infty}{lím}\dfrac{-2x^3}{5x^3-3x+8}$	Sol:-2/5	f.- $\underset{x\to-\infty}{lím}\dfrac{3x^4-x^3+x-9}{x^3-3}$	Sol: $-\infty$
g.- $\underset{x\to+\infty}{lím}\dfrac{\sqrt{x^2+7}}{2x}$	Sol: 1/2	h.- $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$	Sol:1
i.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^5+1}}{\sqrt{x^2+2}-4}$	Sol: $+\infty$	j.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$	Sol: 0
k.- $\lim\limits_{x\to5}\left(\sqrt[3]{x^2+2}-x\right)$	Sol:-2	l.- $\underset{x\to1}{lim}\dfrac{x^3-6x^2+5x}{x^4-x^3+x-1}$	Sol:-2
m.- $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{(x+1)^3}{x+3}$	Sol: ∞	n.- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^3-6}{x^2}$	Sol: $+\infty$
ñ.- $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x^3+2x^2-3x}$	Sol: 3/4	o.- $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^4-1}{x^3+1}$	Sol: -4/3
p.- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{2x}$	Sol: -1/4	q.- $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{2x-6}$	Sol: $\dfrac{1}{4\sqrt{3}}$
r.- $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2+1}{x-1}$	Sol: $-\infty$	s.- $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x+2}-2}$	Sol: 8
t.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)$	Sol : 0	u.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{x^2}{x+2}-\dfrac{x^3-1}{x^2+2}\right]$	Sol : -2
v.- $\underset{x\to+\infty}{lím}\dfrac{x}{x-\sqrt{x^2+3x}}$	Sol : $+\infty$	x.- $\underset{x\to+\infty}{lím}\dfrac{\sqrt[5]{3x^2-x+1}}{\sqrt{4x-1}}$	Sol : -0
y.- $\underset{x\to-3}{lim}\dfrac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+7x^2+15x+9}$	Sol : -2	z.- $\underset{x\to1}{lim}\dfrac{x-\lvert x\rvert}{2x}$	Sol :0

Ejercicio 6.- Calcula los siguientes límites:

a.- $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x-1}{1-x}$	b.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3^x+1}{x^3-6}$	c.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-6x}{5x^3+3}$
d.- $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-x-2}$	e.- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2x}-x}{x}$	f.- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x^2-1}{5x^2+x}\right)^{x^2-6x}$
g.- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x^3}{x+2}-2x\right)$	h.- $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-1}\right)$	i.- $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-8}{2-x}$

Ejercicio 7.- Un estudio biológico establece que el nº de animales de una determinada población de una especie protegida vendrá dado, durante los próximos años, por la función>:

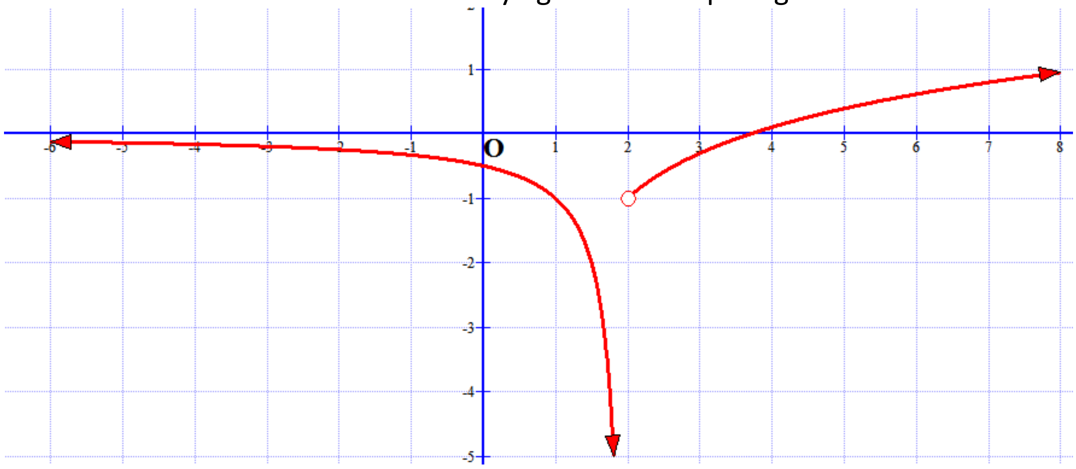
$$F(t)=\frac{15.000\cdot t+10.000}{2\cdot t+2} \quad (t \text{ son los años transcurridos})$$

Halla:

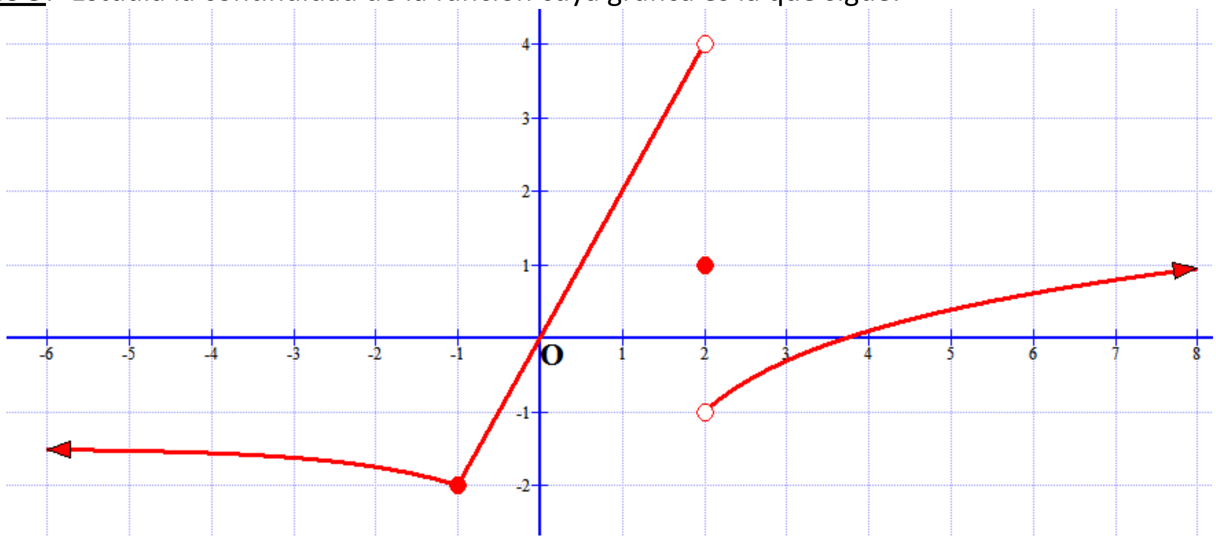
a) El tamaño actual de la población

b) Si esta función fuese válida indefinidamente, ¿se estabilizaría el tamaño de la población? Si es así, ¿en qué nº de individuos?

Ejercicio 8.- Estudia la continuidad de la función cuya gráfica es la que sigue:



Ejercicio 9.- Estudia la continuidad de la función cuya gráfica es la que sigue:



Ejercicio 10.- Dada la función $f(x)=\begin{cases}-x^2+3 & si \;\; x<2\\ x+1 & si \;\; 2\le x<4\\ 5 & si \;\; x\ge 4\end{cases}$. Estudia la continuidad y represéntala gráficamente.

Ejercicio 11.- Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+5 & -3\leq x\leq 0 \\ x^2-7 & 0<x<3 \\ 0 & x=3 \\ \sqrt{x+1} & x>3 \end{cases}$$

<u>Ejercicio 12</u>.- Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & -2\leq x<1 \\ 3 & x=1 \\ x-1 & 1<x\leq 5 \\ 2^{x-4} & x>5 \end{cases}$$

<u>Ejercicio 13</u>.- Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-9 & si\ \ x\leq 0 \\ \dfrac{9x\ \ -27}{x+3} & si\ \ x>0 \end{cases}$$

<u>Ejercicio 14</u>.- Calcula el valor de *k* para que la siguiente función sea continua en $\Re$:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & si\ \ x<5 \\ 4x+k & si\ \ x\geq 5 \end{cases}$$

<u>Ejercicio 15</u>.- Calcula los valores de a y b para que la siguiente función sea continua:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2x & \text{si} & x\leq 1 \\ 4x^2+ax+b & \text{si} & 1\leq x<2 \\ 3x+b & \text{si} & x\geq 2 \end{cases}$$