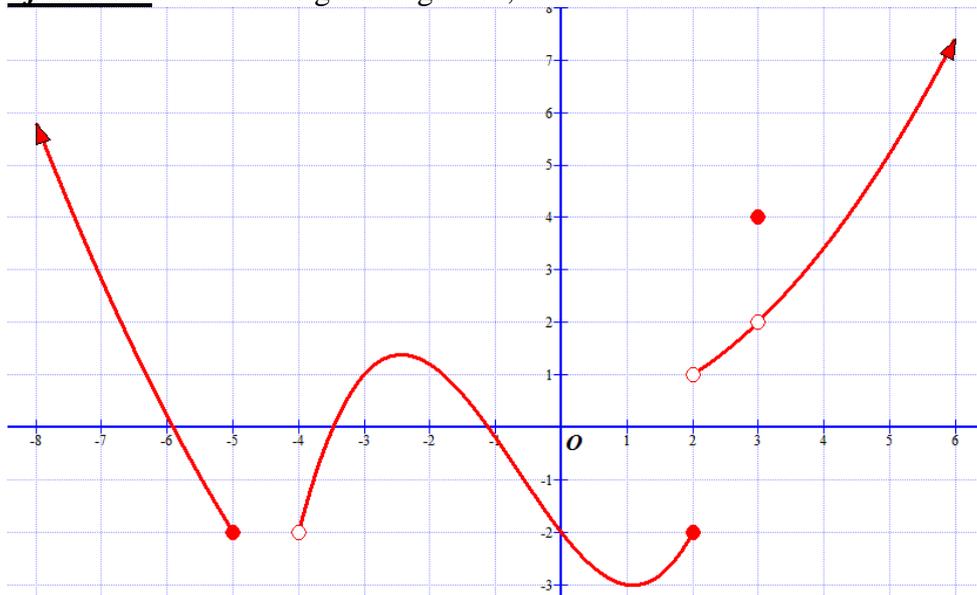


HOJA DE EJERCICIOS
UNIDAD 10: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD

Ejercicio 1.- Dada la siguiente gráfica, calcula:



a) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$	b) $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$	c) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$	d) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$
e) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$	f) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$	g) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$	h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
i) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$	j) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	k) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$	l) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
m) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$	n) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$	o) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$	p) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Ejercicio 2.- Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = \mathbb{R} - \{0, 2\}$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
----------------------------------	---	-------------------------------------	------------------------------------

Ejercicio 3.- Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = \mathbb{R}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$	f es par
-----------------------	---	-----------------------------------	------------

Ejercicio 4.- Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = (-3, 0] \cup [2, +\infty)$	$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	En $(-2, 3)$ tiene un máximo relativo		

Ejercicio 5.- Calcula los siguientes límites:

a.- $\lim_{x \rightarrow 0} 2$	Sol: 2	b.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^{12}}$	Sol: 0
c.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{6+x-x^2}$	Sol: 0	d.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^2 - x + 1)$	Sol: $+\infty$
e.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3}{5x^3 - 3x + 8}$	Sol: -2/5	f.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - x^3 + x - 9}{x^3 - 3}$	Sol: $-\infty$
g.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{2x}$	Sol: 1/2	h.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$	Sol: 1
i.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^5 + 1}}{\sqrt{x^2 + 2} - 4}$	Sol: $+\infty$	j.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + 1}$	Sol: 0
k.- $\lim_{x \rightarrow 5} (\sqrt[3]{x^2 + 2} - x)$	Sol: -2	l.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{x^4 - x^3 + x - 1}$	Sol: -2
m.- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+1)^3}{x+3}$	Sol: ∞	n.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 6}{x^2}$	Sol: $+\infty$
ñ.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$	Sol: 3/4	o.- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{x^3 + 1}$	Sol: -4/3
p.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{2x}$	Sol: -1/4	q.- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{2x - 6}$	Sol: $\frac{1}{4\sqrt{3}}$
r.- $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$	Sol: $-\infty$	s.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x+2} - 2}$	Sol: 8
t.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3} - x)$	Sol : 0	u.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{x+2} - \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2} \right]$	Sol : -2
v.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x - \sqrt{x^2 + 3x}}$	Sol : $+\infty$	x.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{3x^2 - x + 1}}{\sqrt{4x - 1}}$	Sol : -0
y.- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$	Sol : -2	z.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x }{2x}$	Sol : 0

Ejercicio 6.- Calcula los siguientes límites:

a.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-1}{1-x}$	b.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x+1}{x^3-6}$	c.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-6x}{5x^3+3}$
d.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x+4}{x^2-x-2}$	e.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x}-x}{x}$	f.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2-1}{5x^2+x} \right)^{x^2-6x}$
g.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^3}{x+2} - 2x \right)$	h.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-1} \right)$	i.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{2-x}$

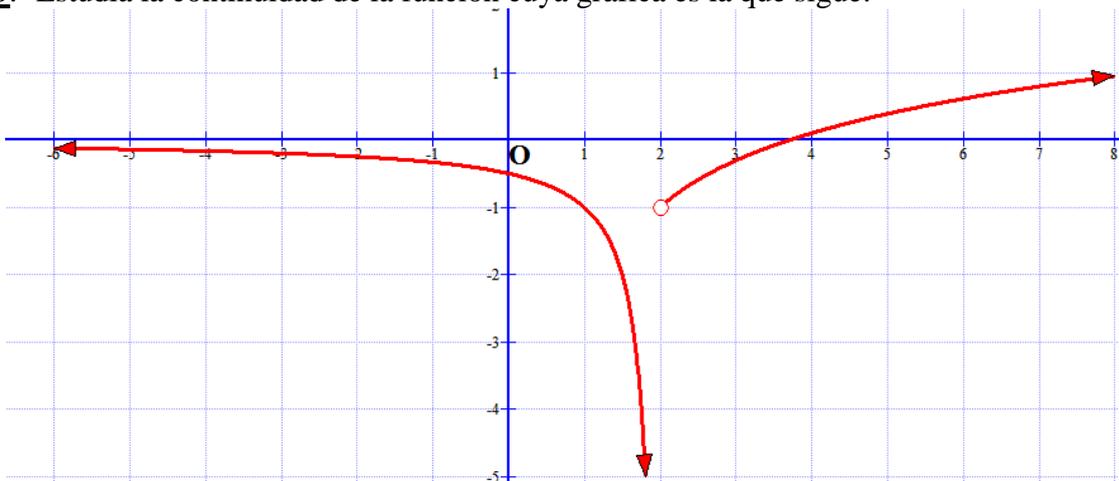
Ejercicio 7.- Un estudio biológico establece que el nº de animales de una determinada población de una especie protegida vendrá dado, durante los próximos años, por la función>:

$$F(t) = \frac{15.000 \cdot t + 10.000}{2 \cdot t + 2} \quad (t \text{ son los años transcurridos})$$

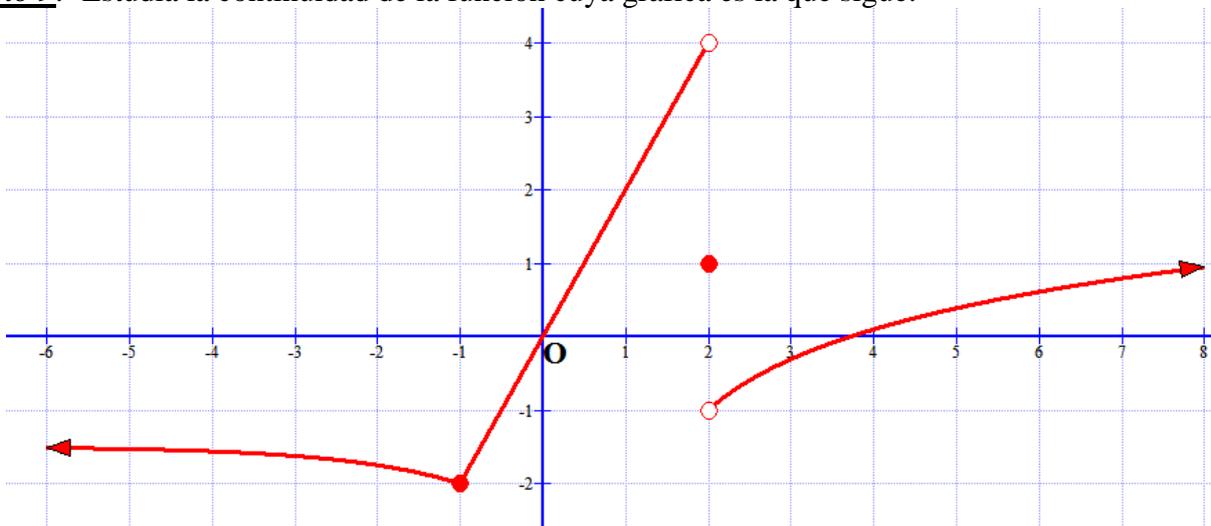
Halla:

- El tamaño actual de la población
- Si esta función fuese válida indefinidamente, ¿se estabilizaría el tamaño de la población? Si es así, ¿en qué nº de individuos?

Ejercicio 8.- Estudia la continuidad de la función cuya gráfica es la que sigue:



Ejercicio 9.- Estudia la continuidad de la función cuya gráfica es la que sigue:



Ejercicio 10.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & \text{si } x < 2 \\ x+1 & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 5 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$. Estudia la continuidad y represéntala

gráficamente.

Ejercicio 11.- Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & -3 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 7 & 0 < x < 3 \\ 0 & x = 3 \\ \sqrt{x+1} & x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 12.- Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & -2 \leq x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ x-1 & 1 < x \leq 5 \\ 2^{x-4} & x > 5 \end{cases}$$

Ejercicio 13.- Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{9x - 27}{x+3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Ejercicio 14.- Calcula el valor de K para que la siguiente función sea continua en \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 5 \\ 4x + k & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

Ejercicio 15.- Calcula los valores de a y b para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 4x^2 + ax + b & \text{si } 1 < x < 2 \\ 3x + b & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$