

**HOJA DE EJERCICIOS**  
**UNIDAD 10: DERIVADAS**

**Ejercicio 1.-** Calcular la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = x^4 + 3x^2 - 6$	b) $y = 6x^3 - x^2$	c) $y = \frac{x^5}{a+b} - \frac{x^2}{a-b}$	d) $y = \frac{x^3 - x^2 + 1}{5}$
e) $y = 2ax^3 - \frac{x^2}{b} + c$	f) $y = 6x^{\frac{7}{2}} + 4x^{\frac{5}{2}} + 2x$	g) $y = \sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}$	h) $y = \frac{(x+1)^3}{x^{\frac{3}{2}}}$
i) $y = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 5$	j) $y = \frac{ax^2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{b}{x\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$	k) $y = (1 + 4x^3)(1 + 2x^2)$	l) $y = x(2x - 1)(3x + 2)$
m) $y = (2x - 1)(x^2 - 6x + 3)$	n) $y = \frac{2x^4}{b^2 - x^2}$	o) $y = \frac{a-x}{a+x}$	p) $f(t) = \frac{t^3}{1+t^2}$
q) $f(s) = \frac{(s+4)^2}{s+3}$	r) $y = \frac{x^3+1}{x^2-x-2}$	s) $y = (2x^2 - 3)^2$	t) $y = (x^2 + a^2)^5$
u) $y = \sqrt{x^2 + a^2}$	v) $y = (a+x)\sqrt{a-x}$	x) $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$	y) $y = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$

**Ejercicio 2.-** Calcular la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$	b) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$	c) $y = x \ln x$	d) $y = \ln(x^3 - 2x + 5)$
e) $y = \ln(x^2 + x)$	f) $y = \ln^3 x$	g) $y = e^{(4x+5)}$	h) $y = a^{x^2}$
i) $y = 7^{(x^2+2x)}$	j) $y = e^x(1 - x^2)$	k) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$	l) $y = \ln \left( \frac{2x}{3x+1} \right)$

**Ejercicio 3.-** Calcula la derivada de orden  $n$  de la función  $f(x) = e^{2x}$

**Ejercicio 4.-**

Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{si } x \leq 1 \\ bx^2 + 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea derivable en  $\mathbb{R}$

**Ejercicio 5.-** Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 0 \\ x - 2 & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ x^2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ , estudia su continuidad y derivabilidad

**Ejercicio 6.-** Dada la función  $f(x) = e^{3x^2}$ , escribe la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa  $x_0 = -1$

**Ejercicio 7.-** Calcula los valores de  $m$  y  $n$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + m & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - nx & \text{si } x > -1 \end{cases}$  sea continua y derivable en  $\mathbb{R}$

**Ejercicio 8.-** Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{x-2}{x+1}$  en su punto de corte con el eje de abscisas

**Ejercicio 9.-**

a) Sea la función  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + bx + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ .

Halle  $a$  y  $b$  para que la función sea continua y derivable.

b) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$g(x) = \frac{3}{(2x-5)^2} + \ln(1-x), \quad h(x) = \frac{e^x}{x^3+1}.$$

**Ejercicio 10.-**

a) Halle los valores de  $a$  y  $b$  para que la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = ax^2 - b$  en el punto  $(1, 5)$  sea la recta  $y = 3x + 2$ .

b) Para  $g(x) = e^{1-x} + \ln(x+2)$ , calcule  $g'(1)$ .

**Ejercicio 11.-**

a) Sea la función definida para todo número real  $x$  por  $f(x) = ax^3 + bx$ . Determine  $a$  y  $b$  sabiendo que su gráfica pasa por el punto  $(1, 1)$  y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es  $-3$ .

**Ejercicio 12.-**

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 2x - 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ .

a) Estudie su derivabilidad en  $x = 0$ .

b) Determine si existen asíntotas y obtenga sus ecuaciones.

**Ejercicio 13.-**

Se considera la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 8x + 6 & \text{si } x \leq 1 \\ -2x^2 + 8x - 6 & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de  $f$ .

b) Represente la gráfica de  $f$ .

c) Indique los extremos relativos de la función.

**Ejercicio 14.-**

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} \frac{x-k}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}.$$

- a) Calcule el valor de  $k$  para que la función  $f$  sea continua en  $x = 0$ . Para ese valor de  $k$ , ¿es  $f$  derivable en  $x = 0$ ?
- b) Para  $k = 0$ , calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

**Ejercicio 15.-**

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{1-3x}{x} + (5x-2)^3.$

b)  $g(x) = (x^2 + 2) \cdot L(x^2 + 2).$

c)  $h(x) = 3^{5x} + e^x.$

**Ejercicio 16.-**

$$\text{Sea la función } f \text{ definida por } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + x & \text{si } x > 0 \end{cases}.$$

- a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de  $f$ .
- b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 17.-**

Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

- a) Estudie su continuidad y derivabilidad.
- b) Determine la monotonía de  $f$ .
- c) Represente gráficamente esta función.

**Ejercicio 18.-**

a) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  definida de la forma  $f(x) = 1 + L(2x - 1)$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

b) Deduzca razonadamente las asíntotas de la función  $g$ , definida de la forma

$$g(x) = \frac{3-x}{x-2}.$$

c) Determine la posición de la gráfica de la función  $g$  respecto de sus asíntotas.

**Ejercicio 19.-**

Sea la función  $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x < 1 \\ \frac{2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Estudie la continuidad y la derivabilidad de  $f$ .
- Calcule sus asíntotas.
- Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Ejercicio 20.-**

Halle  $f'(2)$ ,  $g'(4)$  y  $h'(0)$  para las funciones definidas de la siguiente forma

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}; \quad g(x) = (x^2 + 9)^3; \quad h(x) = \ln(x^2 + 1).$$