ECUACIONES Y SISTEMAS I

Resuelve las ecuaciones y comprueba los resultados:

1) $\frac{x^2-32}{4}+\frac{28}{x^2-9}=0$

2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$

3) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1$

4) $\frac{3}{x}-\frac{x^2+3}{x}=x^3$

5) $\sqrt{9+x}-5=\frac{2x+1}{3}$

6) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\frac{3}{\sqrt{x+3}}$

7) $\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}=\frac{x+1}{\sqrt{x+4}}$

8) $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}}-\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+}}=\frac{7}{12}$

9) $\sqrt{x^2-13}+x-13=0$

10) $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{2}+x}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}}$

11) $\sqrt{x}+\sqrt{x-\frac{1}{4}}=1$

12) $\sqrt{x}-\sqrt{x+2}=\frac{6}{\sqrt{x}}$

13) $2x+1+\sqrt{x^2-x+3}=0$

Resuelve en $\Re$ las ecuaciones exponenciales y comprueba los resultados:

1) $5^{2x-1}=\sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$

2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$

3) $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^x+3=0$

4) $5^x-97\cdot 5^{x/2}+6^4=0$

5) $10^{3-x}=1$

6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x--2)}=1984$

7) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$

8) $3^x+3^{1-x}=4$

9) $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$

10) $2^{1-x^2}=\frac{1}{8}$

11) $2^{x-1}+2^x+2^{x+1}=7$

Resuelve en $\Re$ los sistemas:

1) $\begin{cases} 3\cdot 5^x+2\cdot 6^{y+1}=807 \\ 15\cdot 5^{x-1}-6^y=339 \end{cases}$

2) $\begin{cases} lg\ x+lg\ y=3 \\ 2\ lg\ x-2\ lg\ y=-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \lg x-\lg y=\lg 56-\lg 20 \\ \lg x+\lg y=1+\lg 20 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \lg_y(9-x)=1/2 \\ \lg_x(y+9)=2 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \lg x+\lg y=2 \\ x-y=20 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \lg x-\lg y=1 \\ x+y=22 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \lg_x(y-18)=2 \\ \lg_y(x+3)=1/2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \lg_2(3^y-1)=x \\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6 \end{cases}$

Resuelve en $\Re$ las ecuaciones logarítmicas:

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4$

3) $\frac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2$

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4$

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1$

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2$

8) $5\,lg\,\frac{x}{2}+2\,lg\,\frac{x}{3}=3\,lg\,x-lg\,\frac{32}{9}$

9) $2\lg x=3+\lg(x/10)$

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg\,5$

ECUACIONES RACIONALES E IRRACIONALES

Resuelve las ecuaciones y comprueba los resultados:

	Soluciones		Soluciones
1) $\frac{x^2-32}{4}+\frac{28}{x^2-9}=0$	$x_1=5,\ x_2=-5,\ x_3=4,\ x_4=-4$	**8)** $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}}-\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}}=\frac{7}{12}$	$x=11$
2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$	$x=2601$	**9)** $\sqrt{x^2-13}+x-13=0$	$x=7$
3) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1$	$x_1=1,\ x_2=5,$	**10)** $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{2}+x}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}}$ ***	$x=1/6$
4) $\frac{3}{x}-\frac{x^2+3}{x}=x^3$	$x_1=i,\ x_2=-i,$	**11)** $\sqrt{x}+\sqrt{x-\frac{1}{4}}=1$ **	$x=25/64$
5) $\sqrt{9+x}-5=\frac{2x+1}{3}$ *	$x=-5$	**12)** $\sqrt{x}-\sqrt{x+2}=\frac{6}{\sqrt{x}}$ ***	no existe solución
6) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\frac{3}{\sqrt{x+3}}$	$x=-2$	**13)** $2x+1+\sqrt{x^2-x+3}=0$ *	$x=-2$
7) $\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}=\frac{x+1}{\sqrt{x+4}}$ ***	$x=5$		

Resolución:

1) $\frac{x^2-32}{4}+\frac{28}{x^2-9}=0 \Leftrightarrow \frac{x^4-41x^2+400}{4(x^2-9)}=0 \Leftrightarrow x^4-41x^2+400=0 \ \wedge \ x^2-9\neq 0$

$$x^2=\frac{41\pm\sqrt{41^2-4\cdot 1\cdot 400}}{2}=\frac{41\pm 9}{2}\begin{cases} x^2=16 \begin{cases} x=4 \\ x=-4\end{cases} \\ x^2=25 \begin{cases} x=5 \\ x=-5\end{cases}\end{cases}$$

Existen 4 soluciones reales: $\boldsymbol{x_1=5,\ x_2=-5,\ x_3=4,\ x_4=-4}$

4) $\frac{3}{x}-\frac{x^2+3}{x}=x^3 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x}=x^3 \Leftrightarrow -x=x^3$ *con* $x\neq 0 \Leftrightarrow x^3+x=0$ *y* $x\neq 0 \Leftrightarrow x(x^2+1)=0$ *y* $x\neq 0$

La ecuación $x(x^2+1)=0$ *tiene una solución real y dos complejas:* $\begin{cases} x=0 \\ x^2=-1 \Leftrightarrow x=\pm i\end{cases}$ *; como debe cumplirse* $x\neq 0$, ***la ecuación dada tiene dos soluciones complejas,*** $\boldsymbol{x_1=i,\ x_2=-i}$, ***y no tiene soluciones reales.***

2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2 \underset{(1)\ \text{elevando al cuadrado}}{\Rightarrow} 1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}=4 \Rightarrow \sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}=3 \underset{(1)}{\Rightarrow} 1+\sqrt{13+\sqrt{x}}=9 \Rightarrow$ ....

$\underset{(1)}{\Rightarrow}$ .... $\Rightarrow$ ....$\underset{(1)}{\Rightarrow}$ ***x=2601***

9) $\sqrt{x^2-13}+x-13=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-13}=13-x \underset{(1)\ \text{elevando al cuadrado}}{\Rightarrow} x^2-13=169-26x+x^2 \Leftrightarrow$ .... $\Leftrightarrow$ ***x = 7***

* *De forma similar se resuelve el* **5)** *y el* ***13*).**

3) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2x-1} \underset{(1)\ \text{elevando al cuadrado}}{\Rightarrow} 3x+1=1+2\sqrt{2x-1}+2x-1 \Leftrightarrow x+1=2\sqrt{2x-1} \underset{(1)}{\Rightarrow}$ ....

Elevando al cuadrado y simplificando resulta $x^2-6x+5=0$, *cuyas soluciones,* ***x=1*** *y* ***x=5,*** *son soluciones de la ecuación dada.*

** *De forma similar se resuelve el* ***11*)**

6) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\dfrac{3}{\sqrt{x+3}} \underset{(2)}{\Rightarrow} \underset{multiplicando\ \ por\ \sqrt{x+3}}{\left(\sqrt{x+3}\right)^2+\sqrt{x+6}\cdot\sqrt{x+3}=3} \Rightarrow x+3+\sqrt{(x+6)(x+3)}=3 \Rightarrow \sqrt{x^2+9x+18}=-x \underset{(1)}{\Rightarrow}$

Elevando al cuadrado y simplificando da como solución ***x= -2.***

*** *De forma similar se resuelven los ejercicios* **7), 10)** *y* **12).**

8) $\dfrac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}}-\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}}=\dfrac{7}{12} \Rightarrow \dfrac{12\left(\sqrt{x+5}\right)^2}{12\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}}-\dfrac{12\left(\sqrt{x-5}\right)^2}{12\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}}=\dfrac{7\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}}{12\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 12(x+5)-12(x-2)=7\sqrt{(x-2)(x+5)} \Rightarrow 84=7\sqrt{x^2+3x-10} \Rightarrow 12=\sqrt{x^2+3x-10} \underset{(1)}{\Rightarrow} 144=x^2+3x-10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+3x-154=0 \Rightarrow x=\frac{\cancel{-3\pm\sqrt{9+616}}}{2}=\frac{-3\pm 25}{2}=\left\langle \begin{array}{l} x=-14 \\ \mathbf{x=11} \end{array}\right.$$

ECUACIONES EXPONENCIALES

Resuelve en $\Re$ las ecuaciones exponenciales y comprueba los resultados:

	Soluciones		*Soluciones*
1) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$	*$x_1=1/2$ y $x_2=1/5$*	**7)** $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$ ***	*$x=10$*
2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$	*$x=3$*	**8)** $3^x+3^{1-x}=4$ **	*$x_1=0$, $x_2=1$*
3) $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^x+3=0$ **	*$x_1=1$, $x_2=-2$*	**9)** $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$	
4) $5^x-97\cdot 5^{x/2}+6^4=0$ **	*$x_1=8lg_5 2$, $x_2=8lg_5 3$*	**10)** $2^{1-x^2}=\frac{1}{8}$ *	*$x_1=2$, $x_2=-2$*
5) $10^{3-x}=1$ *	*$x=0$*		
6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x--2)}=1984$	*$x=5$*	**11)** $2^{x-1}+2^x+2^{x+1}=7$ ***	*$x=1$*

Resolución:

1) $5^{2x-1}=\sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}} \Leftrightarrow 5^{2x-1}=25^{\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 5^{2x-1}=\left(5^2\right)^{\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 5^{2x-1}=5^{2\cdot\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 2x-1=2\cdot\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3} \Leftrightarrow$

$$3\cdot(2x-1)=2\cdot\left(x^2-\tfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow 6x-3=2\cdot x^2-\tfrac{1}{2} \Leftrightarrow 12x-6=4x^2-1 \Leftrightarrow 4x^2-12x+5=0 \Leftrightarrow x=\tfrac{1}{2} \text{ ó } x=\tfrac{5}{2}$$

Existen dos soluciones, $\mathbf{x_1=1/2}$ y $\mathbf{x_2=1/5}$

De forma análoga se resuelven los ejercicios* **5) *y* **11).**

2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0 \Leftrightarrow (2^2)^{x+1}+2^x\cdot 2^3-320=0 \Leftrightarrow 2^{2x+2}+2^x\cdot 2^3-320=0 \Leftrightarrow 2^{2x}\cdot 2^2+2^x\cdot 2^3-320=0$

$2^{2x}\cdot 2^2+2^x\cdot 2^3-320=0 \Leftrightarrow 4\cdot 2^{2x}+8\cdot 2^x-320=0$
Realizamos el cambio $2^x=t$, con lo que $2^{2x}=(2^x)^2=t^2$

$4t^2+8t-320=0 \Leftrightarrow t^2+2t-80=0 \quad \begin{cases} t_1=8=2^x \\ t_2=-10=2^x \end{cases}$

Existe una única solución real: ***x=3***

***De forma análoga se resuelven los ejercicios* **3) , 4)** *y* **8).**

6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x--2)}=1984 \Leftrightarrow 2^{2x}+2^{2x}\cdot 2^{-1}+2^{2x}\cdot 2^{-2}+2^{2x}\cdot 2^{-3}+2^{2x}\cdot 2^{-4}=1984 \Leftrightarrow$

$$2^{2x}+\frac{2^{2x}}{2}+\frac{2^{2x}}{2^2}+\frac{2^{2x}}{2^3}+\frac{2^{2x}}{2^4}=1984 \Leftrightarrow 2^{2x}+\frac{2^{2x}}{2}+\frac{2^{2x}}{4}+\frac{2^{2x}}{8}+\frac{2^{2x}}{16}=1984$$

$$t+\frac{t}{2}+\frac{t}{4}+\frac{t}{8}+\frac{t}{16}=1984 \Leftrightarrow 16t+8t+4t+2t+t=1984\cdot 16 \Leftrightarrow 31t=1984\cdot 16 \Leftrightarrow t=64\cdot 16=2^6\cdot 2^4=2^{10}$$

Realizamos el cambio $2^{2x}=$, t

$t=2^{2x}=2^{10} \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow$ **x = 5**

****De forma análoga se resuelven los ejercicios* **7)** *y* **11).**

9) $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0 \quad \Leftrightarrow \frac{4}{e^{3x}}-\frac{5}{e^x}+e^x=0$

Realizamos el cambio $e^x=t$, *con lo que* $t\ e^{3x}=t^3$, *y resolvemos la ecuación:*

$$\frac{4}{t^3}-\frac{5}{t}+t=0 \Leftrightarrow 4-5t^2+t^3=0 \Leftrightarrow t^3-5t^2+4=0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2-4t-4)=0$$

Las soluciones de esta ecuación son: $t_1=1,\ \ t_2=2+2\sqrt{2},\ \ t_3=2-2\sqrt{2}$

De donde obtenemos dos soluciones reales de la ecuación dada:

$$t_1=1=e^x \Rightarrow \boldsymbol{x_1=0}; \quad t_2=2+2\sqrt{2}=e^x \Rightarrow \boldsymbol{x_2=\ln\left(2+2\sqrt{2}\right)}; \quad t_3=2-2\sqrt{2}=2^x \text{ no tiene solución real} \blacksquare$$

SISTEMAS EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICOS

Resuelve en $\Re$ los sistemas:

	Soluciones		Soluciones
1) $\begin{cases}3\cdot 5^x+2\cdot 6^{y+1}=807\\ 15\cdot 5^{x-1}-6^y=339\end{cases}$	*x=3, y=2*	**5)** $\begin{cases}\lg x+\lg y=2\\ x-y=20\end{cases}$	*$x=10+10^{1/2}$, $y=-10+10^{1/2}$*
2) $\begin{cases}lg\ x+lg\ y=3\\ 2\,lg\ x-2\,lg\ y=-1\end{cases}$	*$x=10^{5/4}$, $y=10^{7/4}$*	**6)** $\begin{cases}\lg x-\lg y=1\\ x+y=22\end{cases}$	*x=20, y=2*
3) $\begin{cases}\lg x-\lg y=\lg 56-\lg 20\\ \lg x+\lg y=1+\lg 20\end{cases}$	*$x=4\cdot 35^{1/2}$, $y=(10/7)\cdot 35^{1/2}$*	**7)** $\begin{cases}\lg_x(y-18)=2\\ \lg_y(x+3)=1/2\end{cases}$	*x=3/2, y=81/4*
4) $\begin{cases}\lg_y(9-x)=1/2\\ \lg_x(y+9)=2\end{cases}$	*x=5, y=16*	**8)** $\begin{cases}\lg_2(3^y-1)=x\\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6\end{cases}$	*x=3, y=2*

Resolución:

1)
$$\begin{cases}3\cdot 5^x+2\cdot 6^{y+1}=807\\ 15\cdot 5^{x-1}-6^y=339\end{cases}\quad \begin{cases}3\cdot 5^x+2\cdot 6\cdot 6^y=807\\ \frac{15}{5}\cdot 5^x-6^y=339\\ 5^x=t\\ 6^y=s\end{cases}\quad \begin{cases}3t+12s=807\\ 3t-s=339\\ 5^x=t\\ 6^y=s\end{cases}\quad \begin{cases}s=36\\ t=125\end{cases}\quad \begin{cases}t=5^x=125=5^3\Rightarrow \mathbf{x=3}\\ s=6^y=36=6^2\Rightarrow \mathbf{y=2}\end{cases}$$

2)
$$\begin{cases}lg\ x+lg\ y=3\\ 2\,lg\ x-2\,lg\ y=-1\end{cases}\quad \begin{cases}lg\ x+lg\ y=3\\ 2\,lg\ x-2\,lg\ y=-1\\ lg\ x=t\\ lg\ y=s\end{cases}\quad \begin{cases}t+s=3\\ 2t-2s=-1\\ lg\ x=t\\ lg\ y=s\end{cases}\quad \begin{cases}t=5/4\\ s=7/4\end{cases}\quad \begin{cases}t=lg\ x=\frac{5}{4}\Rightarrow \mathbf{x}=10^{\frac{5}{4}}=\sqrt[4]{10^5}\\ s=lg\ y=\frac{7}{4}\Rightarrow \mathbf{y}=10^{\frac{7}{4}}=\sqrt[4]{10^7}\end{cases}$$

3)
$$\begin{cases}\lg x-\lg y=\lg 56-\lg 20\\ \lg x+\lg y=1+\lg 20\end{cases}\quad \begin{cases}lg(x/y)=lg(56/20)\\ lg(xy)=lg\ 200\end{cases}\quad \begin{cases}x/y=56/20\\ xy=200\\ x>0\\ y>0\end{cases}\quad \begin{cases}x_1=4\sqrt{35}\quad ;x_2=-4\sqrt{35}\\ y_1=10\sqrt{35}/7\,;y_2=-10\sqrt{35}/7\end{cases}$$

4)
$$\begin{cases}\lg_y(9-x)=1/2\\ \lg_x(y+9)=2\end{cases}\quad \begin{cases}9-x=y^{1/2}\\ y+9=x^2\end{cases}\quad \begin{cases}9-x=\sqrt{y}\\ y+9=x^2\end{cases}\quad \begin{cases}y=(9-x)^2\\ y=x^2-9\end{cases}\quad \begin{cases}y=x^2-9\\ (9-x)^2=x^2-9\end{cases}\quad \begin{cases}\mathbf{y=16}\\ \mathbf{x=5}\end{cases}$$

5)
$$\begin{cases}lg\ x+lg\ y=2\\ x-y=20\end{cases}\quad \begin{cases}lg(x.y)=lg\,100\\ x-y=20\end{cases}\quad \begin{cases}x.y=100\\ x-y=20\\ x>0\,;\ y>0\end{cases}\quad \begin{cases}y_1=-10+10\sqrt{2}\quad \cancel{y_1=-10-10\sqrt{2}}\\ x_1=10+10\sqrt{2}\quad \cancel{x_2=10-10\sqrt{2}}\end{cases}\quad \begin{cases}\mathbf{x=10+10\sqrt{2}}\\ \mathbf{y=-10+10\sqrt{2}}\end{cases}$$

6) $\begin{cases}\lg x-\lg y=1\\ x+y=22\end{cases}$ *Se resuelve de forma similar al* **5)**.

7) $\begin{cases}\lg_x(y-18)=2\\ \lg_y(x+3)=1/2\end{cases}$ *Se resuelve de forma similar al* **4)**.

8)
$$\begin{cases}lg_2(3^y-1)=x\\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6\end{cases}\quad \begin{cases}3^y-1=2^x\\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6\\ t=2^x\,;s=3^y\end{cases}$$
A partir de aquí se resuelve de forma similar al **1)**.

ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Resuelve en $\Re$ las ecuaciones logarítmicas:

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4$

3) $\dfrac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2$

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4$

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1$

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2$

8) $5\,lg\,\dfrac{x}{2}+2\,lg\,\dfrac{x}{3}=3\,lg\,x-lg\,\dfrac{32}{9}$

9) $2\lg x=3+\lg(x/10)$

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg\,5$

Resolución:

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3\Rightarrow lg\,2^{x^2-5x+9}+lg\,125=lg\,1000\Rightarrow lg\left(2^{x^2-5x+9}\cdot 125\right)=lg\,1000\Rightarrow 2^{x^2-5x+9}\cdot 125=1000\Rightarrow$

$2^{x^2-5x+9}=8\Rightarrow 2^{x^2-5x+9}=2^3\Rightarrow x^2-5x+9=3\Rightarrow x^2-5x+6=0\Rightarrow \mathbf{x_1=2,\ x_2=3}$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4\Rightarrow \lg[(2^{2-x})^{2+x}\cdot 1250]=\lg 10^4\Rightarrow (2^{2-x})^{2+x}\cdot 1250=10^4\Rightarrow (2^{2-x})^{2+x}=8\Rightarrow 2^{4-x^2}=2^3\Rightarrow$

$4-x^2=3\Rightarrow \mathbf{x_1=1,\ x_2=-1}$

3) $\dfrac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2\Rightarrow \lg 2+\lg(11-x^2)=2\cdot\lg(5-x)\Rightarrow \lg[2\cdot(11-x^2)]=\lg(5-x)^2\Rightarrow 2\cdot(11-x^2)=(5-x)^2\Rightarrow$..........

*Al resolver la ecuación de segundo grado resultante da dos soluciones, **x_1=3, x_2=1/3,** que son también soluciones de la ecuación logarítmica dada.*

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4\Rightarrow lg\,5^{x^2-4x+7}+lg\,16=lg\,10^4\Rightarrow$ .... ***x_1=1, x_2=3***

*Se resuelve de forma similar al **1)**.*

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1\Rightarrow lg\,\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=lg\,1\ ;\ x\geq 1\Rightarrow \frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=1;\ x\geq 1\Rightarrow$

$\Rightarrow x+\sqrt{x^2-1}=x-\sqrt{x^2-1};\ x\geq 1\Rightarrow 2\sqrt{x^2-1}=0;\ x\geq 1\Rightarrow x^2-1=0;\ x\geq 1\Rightarrow \mathbf{x=1}$

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)\Rightarrow lg\,\dfrac{x^3}{32}=lg\,\dfrac{x}{2}\Rightarrow \left.\begin{cases}\dfrac{x^3}{32}=\dfrac{x}{2}\Rightarrow x^3=16x\Rightarrow x_1=0,\ x_2=-4,\ x_3=4\\ x>0\end{cases}\right\}\mathbf{x=4}$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2\Rightarrow \cancel{lg_2\,x}\cdot\dfrac{\cancel{lg_2\,2x}}{\cancel{lg_2\,x}}\cdot\dfrac{lg_2\,y}{\cancel{lg_2\,2x}}=\dfrac{lg_2\,x^2}{lg_2\,x}\Rightarrow lg_2\,y=\dfrac{2\cancel{lg_2\,x}}{\cancel{lg_2\,x}}\Rightarrow lg_2\,y=2\Rightarrow \mathbf{y=4,\ \forall x>0}$

8) $5\lg\dfrac{x}{2}+2\lg\dfrac{x}{3}=3\lg x-\lg\dfrac{39}{9}\Rightarrow lg\left(\dfrac{x}{2}\right)^5+lg\left(\dfrac{x}{3}\right)^2=lg\left(\dfrac{x^3}{32/9}\right)\Rightarrow lg\left(\dfrac{x^5}{2^5}\cdot\dfrac{x^2}{3^2}\right)=lg\,\dfrac{9x^3}{32}\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{x^7}{2^5\cdot 3^2}=\dfrac{9x^3}{32}\Rightarrow x^7=81x^3\\ x>0\end{cases}$

*La ecuación $x^7=81x^3$ tiene tres soluciones reales, x=0, x=-3, x=3. De ellas, sólo **x=3**, es solución de la ecuación logarítmica dada.*

9) $2\lg x=3+\lg(x/10)\Rightarrow \lg x^2=\lg 1000+\lg(x/10)\Rightarrow \lg x^2=\lg(1000x/10)\Rightarrow \lg x^2=\lg 100x\Rightarrow x^2=100x,\quad x>0\Rightarrow \mathbf{x=10}$

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg\,5\Rightarrow lg\,\dfrac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}}=lg\,\dfrac{10}{5}\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}}=2\Rightarrow \dfrac{3x+1}{2x-3}=4\Rightarrow$............ ***x=11/5***