VALOR ABSOLUTO / inecuaciones

1.1

DEFINICIÓN

Si x es un número real cualquiera, el valor absoluto de x, escrito $|x|$, queda definido del siguiente modo: $|x| = \begin{cases} +x & si\ x \geq 0 \\ -x & si\ x < 0 \end{cases}$

Si a y b son dos números reales, entonces la distancia entre los puntos a y b sobre la recta real es:

$$d(a,b) = |a-b| = |b-a|$$

Una distancia siempre es positiva

PROPIEDADES

$|x| \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, y $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$

$|x + y| \leq |x| + |y|$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$

Si a es positivo, entonces:

$|x| < a$ se expresa así: $-a < x < a$

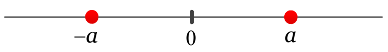
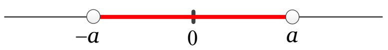
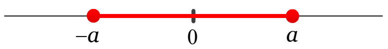
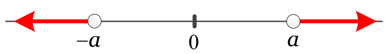
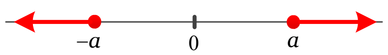
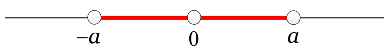
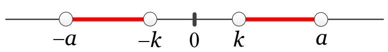
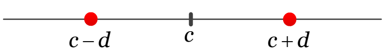
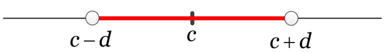
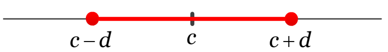
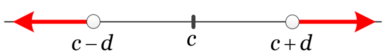
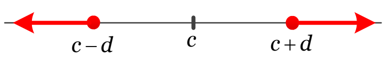
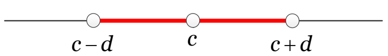
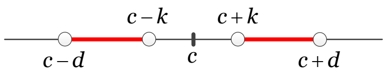
$|x| \leq a$ se expresa así: $-a \leq x \leq a$

$|x| > a$ se expresa así: $x < -a$ ó $x > a$

$|x| \geq a$ se expresa así: $x \leq -a$ ó $x \geq a$

Si a es un punto de la recta real y r un número real positivo, es llama entorno de centro a y radio r al conjunto de puntos cuya distancia a a es menor que r. Se simboliza $E_r(a) = |x-a| < r$

Si el punto a se elimina del conjunto, se denomina entorno reducido.

$a > 0$; $d > 0$	INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA	EXPRESIÓN SIN VALOR ABSOLUTO	EJEMPLO
$\|x\| = a$		$x = \pm a$	$\|x\| = 5 \rightarrow x = +5$ ó $x = -5$
$\|x\| < a$		$-a < x < a$	$\|x\| < 7 \rightarrow -7 < x < 7 \rightarrow (-7,7)$
$\|x\| \leq a$		$-a \leq x \leq a$	$\|x\| \leq 7 \rightarrow -7 \leq x \leq 7 \rightarrow [-7,7]$
$\|x\| > a$		$x < -a$ ó $x > a$	$\|x\| > 4 \rightarrow x < -4$ ó $x > 4$ $(-\infty,-4) \cup (4,+\infty)$
$\|x\| \geq a$		$x \leq -a$ ó $x \geq a$	$\|x\| \geq 4 \rightarrow x \leq -4$ ó $x \geq 4$ $(-\infty,-4] \cup [4,+\infty)$
$0 < \|x\| < a$		$0 < \|x\| \Leftrightarrow x \neq 0$ $\|x\| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ $0 < \|x\| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ y $x \neq 0$	$0 < \|x\| < 2 \rightarrow x \neq 0$ y $-2 < x < 2$
$k < \|x\| < a$ $(k > 0,\ k < a)$		$k < \|x\| \Leftrightarrow x < -k$ ó $x > k$ $\|x\| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ $k < \|x\| < a \Leftrightarrow -a < x < -k$ ó $k < x < a$	$3 < \|x\| < 7 \rightarrow$ $-7 < x < -3$; $3 < x < 7$ $(-7,-3) \cup (3,7)$
$\|x-c\| = d$		$x - c = \pm d \Leftrightarrow x = c-d$ ó $x = c+d$	$\|x-3\| = 8 \rightarrow x = -5$ ó $x = 11$
$\|x-c\| < d$		$-d < x-c < d \Leftrightarrow -d+c < x < d+c$	$\|x-5\| < 9 \rightarrow -4 < x < 14$ $(-4,14)$
$\|x-c\| \leq d$		$-d \leq x-c \leq d \Leftrightarrow -d+c \leq x \leq d+c$	$\|x-5\| \leq 9 \rightarrow -4 \leq x \leq 14$ $[-4,14]$
$\|x-c\| > d$		$x-c > d$ ó $x-c < -d$ $x > c+d$ ó $x < c-d$	$\|x-5\| > 12 \rightarrow x < -7$ ó $x > 17$ $(-\infty,-7) \cup (17,+\infty)$
$\|x-c\| \geq d$		$x-c \geq d$ ó $x-c \leq -d$ $x \geq c+d$ ó $x \leq c-d$	$\|x-5\| \geq 12 \rightarrow x \leq -7$ ó $x \geq 17$ $(-\infty,-7] \cup [17,+\infty)$
$0 < \|x-c\| < d$		$0 < \|x-c\| \Leftrightarrow x-c \neq 0 \Leftrightarrow x \neq c$ $\|x-c\| < d \Leftrightarrow -d+c < x < d+c$ $x \neq c$ y $-d+c < x < d+c$	$0 < \|x-3\| < 11 \rightarrow$ $x \neq 3$ y $-8 < x < 14$ $x \neq 3$ y $(-8,14)$
$k < \|x-c\| < d$ $(k > 0,\ k < d)$		$k < \|x-c\| \Leftrightarrow x < c-k$ ó $x > c+k$ $\|x-c\| < d \Leftrightarrow c-d < x < c+d$ $c-d < x < c-k$ ó $c+k < x < c+d$	$4 < \|x-6\| < 13 \rightarrow$ $-7 < x < 2$ ó $10 < x < 19$ $(-7,2) \cup (10,19)$

$<$ estrictamente menor ; $\leq$ menor o igual que ; $>$ estrictamente mayor ; $\geq$ mayor o igual que