GEOMETRÍA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD ANDALUCÍA – 2001-2002

***Ejercicio 1*.-** (2002)

Considera los puntos $A(1,-3,2)$, $B(1,1,2)$ y $C(1,1,-1)$.

(a) ¿Pueden ser A, B y C vértices consecutivos de un rectángulo? Justifica la respuesta.

(b) Halla, si es posible, las coordenadas de un punto D para que el paralelogramo $ABCD$ sea un rectángulo.

***Ejercicio 2*.-** (2002)

Considera los puntos

$$A(1,-1,2), \quad B(1,3,0) \;\; y \;\; C(0,0,1).$$

Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C.

***Ejercicio 3*.-** (2002)

Los puntos $A(1,0,2)$ y $B(-1,0,-2)$ son vértices opuestos de un cuadrado.

(a) Calcula el área del cuadrado.

(b) Calcula el plano perpendicular al segmento de extremos A y B que pasa por su punto medio.

***Ejercicio 4*.-** (2002)

Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano $\pi \equiv x+y-z+6=0$ con la recta $s \equiv \dfrac{x}{3} = y-2 = z+1$ y es paralela a la recta

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rl} 3x+y-4 & = 0 \\ 4x-3y+z-1 & = 0 \end{array} \right.$$

***Ejercicio 5*.-** (2002)

Determina la recta que no corta al plano de ecuación $x-y+z=7$ y cuyo punto más cercano al origen es $(1,2,3)$.

***Ejercicio 6*.-** (2002)

Halla el punto de la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{r} x+3y+z=1 \\ y+z=-1 \end{array} \right.$ que está más cercano al punto $P(1,-1,0)$.

***Ejercicio 7*.-** (2002)

Considera los puntos

$$A(1,1,1), \quad B(2,2,2), \quad C(1,1,0) \quad \text{y} \quad D(1,0,0).$$

(a) Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D.

(b) Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD.

***Ejercicio 8*.-** (2002)

Sea π el plano de ecuación $3x - y + 2z - 4 = 0$,

(a) Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto $P(1, -2, 2)$.

(b) Halla la ecuación del plano π_2 perpendicular a ambos que contiene a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - y + z &= 1 \\ 2x + y - 4z &= 1 \end{cases}$$

<u>Ejercicio 9</u>.- (2002)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + 2z = 3$ y el punto $A(-1, -4, 2)$.

(a) Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por A.

(b) Halla el punto simétrico de A respecto de π.

<u>Ejercicio 10</u>.- (2002)

Calcula el área del triángulo de vértices

$A(1, 1, 2)$, $B(1, 0, -1)$ y $C(1, -3, 2)$.

<u>Ejercicio 11</u>.- (2002)

Sabiendo que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 2y - z = a \\ 2x + z = a \end{cases}$$

se cortan, determina a y el punto de corte.

<u>Ejercicio 12</u>.- (2002)

Considera la recta r y el plano π siguientes

$$r \equiv \begin{cases} x + z - a &= 0 \\ y - az - 1 &= 0 \end{cases}, \qquad \pi \equiv 2x - y = b.$$

(a) Determina a y b sabiendo que r está contenida en π.

(b) Halla la ecuación de un plano que contenga r y sea perpendicular a π.

<u>Ejercicio 13</u>.- (2001)

Determina el centro y el radio de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas, tiene su centro en el semieje positivo de abscisas y es tangente a la recta de ecuación $x + y = 1$.

<u>Ejercicio 14</u>.- (2001)

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos

$$A(1, 0, 3), \quad B(3, -1, 0), \quad C(0, -1, 2) \quad \text{y} \quad D(a, b, -1).$$

Halla a y b sabiendo que la recta que pasa por A y B corta perpendicularmente a la recta que pasa por C y D.

<u>Ejercicio 15</u>.- (2001)

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto $A(1, 0, -1)$, es perpendicular al plano $x - y + 2z + 1 = 0$ y es paralelo a la recta $\begin{cases} x - 2y &= 0 \\ z &= 0 \end{cases}$

<u>Ejercicio 16</u>.- (2001)

Calcula a sabiendo que los planos

$$ax + y - 7z = -5 \quad \text{y} \quad x + 2y + a^2 z = 8$$

se cortan en una recta que pasa por el punto $A(0, 2, 1)$ pero que no pasa por el punto $B(6, -3, 2)$.

Ejercicio 17.- (2001)

Considera los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + 5 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv 3x + 3y - 4 = 0$$

(a) ¿Qué ángulo determinan ambos planos?

(b) Halla el plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos dados.

Ejercicio 18.- (2001)

Sea r la recta de ecuaciones $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y &= 0 \\ 3x + z &= 0 \end{cases}$

(a) Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 7 unidades.

(b) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 2, -1)$.

Ejercicio 19.- (2001)

Halla las coordenadas del punto simétrico de $A(0, -1, 1)$ con respecto a la recta

$$\frac{x-5}{2} = y = \frac{z-2}{3}$$

Ejercicio 20.- (2001)

Halla el punto de la recta $x = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ que equidista del punto $A(1, 2, 1)$ y del origen de coordenadas.

Ejercicio 21.- (2001)

Considera el plano $2x + y + 2z - 4 = 0$.

(a) Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes coordenados.

(b) Calcula la distancia del origen al plano dado.

Ejercicio 22.- (2001)

Determina todos los puntos del plano $2x - y + 2z - 1 = 0$ que equidistan de los puntos $A(3, 0, -2)$ y $B(1, 2, 0)$. ¿Qué representan geométricamente?

Ejercicio 23.- (2001)

Considera los tres planos siguientes:

$$\pi_1 \equiv x + y + z = 1, \quad \pi_2 \equiv x - y + z = 2 \quad \text{y} \quad \pi_3 \equiv 3x + y + 3z = 5$$

¿Se cortan π_1 y π_2?, ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

Ejercicio 24.- (2001)

Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$ y $C(2, 0, 2)$. Halla el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano que contiene a A, B y C.