

ESTADÍSTICA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA – 2011-2013
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC.SS II

Ejercicio 1.- (2013)

Un director sanitario sostiene que el Índice de Masa Corporal (IMC) medio de los adolescentes de su distrito no supera el nivel 25 (sobrepeso). Para contrastar su afirmación toma una muestra aleatoria de 225 adolescentes que da como resultado un IMC medio de 26. Sabiendo que el IMC sigue una distribución Normal con desviación típica 5 discuta, mediante un contraste de hipótesis con $H_0 : \mu \leq 25$, si la afirmación del director sanitario es correcta, con un nivel de significación del 5%.

Ejercicio 2.- (2013)

En una población próxima a un puerto deportivo se quiere estimar la proporción de habitantes que navegan al menos una vez a la semana. Se toma una muestra, al azar, de 400 habitantes de la población, de los que 160 afirman navegar al menos una vez en semana.

- a) Halle el intervalo de confianza del 90% para la proporción de habitantes que navegan al menos una vez en semana.
- b) A la vista del resultado, se pretende repetir la experiencia para conseguir una cota del error de 0.1 con el mismo nivel de confianza del apartado anterior. ¿Cuántos individuos debe tener al menos la muestra?

Ejercicio 3.- (2013)

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que acceden a internet a través de teléfono móvil. Para ello hacemos una encuesta a una muestra aleatoria de 400 personas de esa población, y obtenemos que 240 de ellas acceden a internet a través del móvil.

- a) Determine un intervalo de confianza, al 98.5%, para la proporción de personas de esa población que acceden a internet a través del teléfono móvil.
- b) Razone el efecto que tendría sobre la amplitud del intervalo de confianza el aumento o disminución del tamaño de la muestra, suponiendo que se mantuvieran la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza.

Ejercicio 4.- (2013)

- a) Una población de 6000 personas se ha dividido en 3 estratos, uno con 1000 personas, otro con 3500 y otro con 1500. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 15 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.
- b) Dada la población $\{1, 4, 7\}$, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que puedan formarse mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas esas muestras.

Ejercicio 5.- (2013)

Se quiere estimar la proporción de hembras entre los peces de una piscifactoría; para ello se ha tomado una muestra aleatoria de 500 peces, y en ella hay 175 hembras.

- Calcule un intervalo de confianza para la proporción de hembras en esta población de peces, con un nivel de confianza del 94%.
- A la vista del resultado del muestreo se quiere repetir la experiencia para conseguir un intervalo de confianza con el mismo nivel y un error máximo de 0.02, ¿cuál es el tamaño mínimo que debe tener la nueva muestra?

Ejercicio 6.- (2013)

El tiempo que los españoles dedican a ver la televisión los domingos es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 75 minutos. Elegida una muestra aleatoria de españoles se ha obtenido, para la media de esa distribución, el intervalo de confianza (188.18, 208.82), con un nivel del 99%.

- Calcule la media muestral y el tamaño de la muestra.
- Calcule el error máximo permitido si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 500 y un nivel de confianza del 96%.

Ejercicio 7.- (2013)

El peso de los sobres de café que fabrica una empresa sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0.3 g. Se quiere construir un intervalo de confianza para estimar dicha media, con un nivel de confianza del 98%, y para ello se toma una muestra de 9 sobres.

- ¿Qué amplitud tendrá dicho intervalo?
- ¿Cómo afectaría a dicha amplitud un aumento del tamaño de la muestra, manteniendo el mismo nivel de confianza?
- Obtenga el intervalo de confianza sabiendo que los pesos, en gramos, de los sobres de la muestra son: 7 7.1 7 6.93 7.02 7 7.01 6.5 7.1.

Ejercicio 8.- (2013)

Los representantes de un partido político creen que la proporción de sus votantes será al menos del 35%. Para confirmarlo eligen una muestra al azar de 1200 votantes y obtienen que 336 de ellos son partidarios de votarles. Mediante un contraste de hipótesis, con $H_0 : p \geq 0.35$, y a un nivel de significación del 0.01, ¿se puede admitir como cierta la creencia de los representantes del partido político?

Ejercicio 9.- (2013)

Se conoce que la acidez de una solución es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 0.2. Se ha tomado una muestra aleatoria de cinco soluciones y se han obtenido las siguientes medidas de la acidez:

7.92 7.95 7.91 7.9 7.94.

- Halle el intervalo de confianza, al 99%, para la media poblacional.
- ¿Qué error máximo se ha cometido en el intervalo anterior?
- Para el mismo nivel de confianza, calcule el tamaño mínimo muestral que permita reducir el error anterior a la mitad.

Ejercicio 10.- (2013)

- a) Se considera la población $\{2, 4, 6\}$. Escriba todas las posibles muestras de tamaño dos elegidas mediante muestreo aleatorio simple y determine la desviación típica de las medias muestrales.
- b) En una ciudad se seleccionó una muestra aleatoria de 500 alumnos de Bachillerato a los que se les preguntó si poseían una determinada marca de teléfono móvil, resultando que 80 de ellos contestaron afirmativamente. Obtenga un intervalo de confianza, al 92%, para estimar la proporción de estudiantes de Bachillerato que poseen esa marca de teléfono móvil.

Ejercicio 11.- (2013)

En una bodega utilizan una máquina que debe envasar el vino en botellas con un contenido de 750 ml. Para comprobar si esa máquina funciona correctamente, se toma una muestra de 36 botellas y se observa que el contenido medio de las mismas es de 748 ml. Suponiendo que la variable “contenido” sigue una distribución Normal con varianza 25, analice mediante un contraste de hipótesis bilateral ($H_0 : \mu = 750$) si se puede aceptar, con un nivel de significación de 0.05, que la máquina envasadora funciona correctamente.

Ejercicio 12.- (2013)

El gasto mensual de las familias de un municipio se distribuye según una variable Normal con desviación típica igual a 180 euros. Seleccionadas 30 familias al azar, han tenido un gasto medio mensual de 900 euros.

- a) Calcule un intervalo de confianza para el gasto medio mensual de las familias de ese municipio con un nivel de confianza del 98%.
- b) Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el gasto medio mensual de las familias con un error no superior a 60 euros, con el mismo nivel de confianza.

Ejercicio 13.- (2012)

La variable “tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto” sigue una distribución Normal con desviación típica 0.05 segundos. Al medir dicho tiempo en 50 conductores se ha obtenido un tiempo medio de 0.85 segundos.

- a) Halle el intervalo de confianza para el tiempo medio de reacción, con un nivel de confianza del 99%.
- b) ¿De qué tamaño mínimo ha de tomarse una muestra para que el error de estimación no supere 0.01 segundos, con un nivel de confianza del 95%?

Ejercicio 14.- (2012)

Un informe de un Ayuntamiento afirma que al menos el 26% de los usuarios del carril bici habrían utilizado el coche particular para sus desplazamientos de no haber existido dicho carril. Sin embargo, un periódico local anuncia la falsedad del dato, informando que una encuesta propia indica que solo 240 de los 1000 usuarios encuestados afirman que habrían utilizado el coche particular.

- a) Establezca un contraste, con hipótesis nula $H_0 : p \geq 0.26$, para verificar la afirmación del Ayuntamiento e indique la región crítica de dicho contraste para un nivel de significación del 5%.
- b) Con este nivel de significación ¿podría aceptarse el informe del Ayuntamiento?

Ejercicio 15.- (2012)

Se acepta que los rendimientos anuales, medidos en porcentajes, que producen los depósitos bancarios a plazo, se distribuyen según una ley Normal con desviación típica 1.8 y se pretende realizar una estimación del rendimiento medio de los mismos. Para ello, se tiene una muestra de 36 entidades bancarias en las que se observa que el rendimiento medio de los depósitos es del 2.5.

- a) Calcule un intervalo de confianza, al 96%, para el rendimiento medio de los depósitos a plazo. ¿Cuál es el error máximo cometido en la estimación?
- b) Manteniendo el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar el rendimiento medio de los depósitos con un error máximo de 0.5?

Ejercicio 16.- (2012)

- a) En una ciudad viven 400 hombres y 320 mujeres y se quiere seleccionar una muestra de tamaño 54 utilizando muestreo estratificado por sexos, con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?
- b) A partir de una población de elementos 1, 2, 3, 4 se seleccionan, mediante muestreo aleatorio simple, todas las muestras de tamaño 2. Escriba dichas muestras y calcule la varianza de las medias muestrales.

Ejercicio 17.- (2012)

En una caja de ahorros se sabe que el porcentaje de los nuevos clientes que contratan un plan de pensiones no supera el 23%. El director de una de las sucursales decide hacer un regalo a cualquier nuevo cliente que contrate uno de esos planes y, tras un mes, comprueba que 110 de los 470 nuevos clientes han contratado un plan de pensiones.

- a) Plantee un contraste de hipótesis, con $H_0 : p \leq 0.23$, para decidir si, con los datos dados, se puede afirmar que la medida del director ha aumentado la contratación de estos planes de pensiones. Halle la región de aceptación de este contraste de hipótesis para un nivel de significación del 5%.
- b) Según el resultado del apartado anterior, ¿qué conclusión podemos obtener sobre la medida tomada por el director de esta sucursal?

Ejercicio 18.- (2012)

El peso de las calabazas de una determinada plantación sigue una ley Normal con desviación típica 1200 g.

- Halle el tamaño mínimo de la muestra que se ha de elegir para, con un nivel de confianza del 95%, estimar el peso medio con un error menor de 450 g.
- Para el mismo nivel de confianza, indique, razonando la respuesta, si el error aumenta o disminuye al aumentar el tamaño de la muestra.

Ejercicio 19.- (2012)

De una muestra aleatoria de 120 alumnos presentados a las Pruebas de Acceso, sólo 15 han resultado no aptos.

- Calcule un intervalo de confianza, al 99%, para estimar la proporción de alumnos que han resultado aptos en dicha prueba.
- Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción de alumnos aptos, cometiendo un error inferior al 5%?

Ejercicio 20.- (2012)

Se considera que, a lo sumo, el 5% de los artículos guardados en un almacén son defectuosos. Pasado un tiempo, la persona encargada del mantenimiento del almacén decide investigar si esa estimación es adecuada. Para ello, escoge aleatoriamente 300 artículos de los que 35 están defectuosos.

- Plantee un contraste de hipótesis ($H_0 : p \leq 0.05$) para determinar si ha aumentado la proporción de artículos defectuosos. Obtenga la región crítica del contraste para un nivel de significación del 5%.
- ¿Qué conclusión se obtiene con los datos muestrales observados?

Ejercicio 21.- (2012)

Una característica de una determinada población se distribuye según una variable aleatoria Normal X de media desconocida y desviación típica 0.9. Extraída al azar una muestra de tamaño 9 de esa población y observada X , dio como resultados:

10.5 10 8.5 10.5 11.5 13.5 9.5 13 12

- Halle un intervalo de confianza, al 99%, para la media de la variable X .
- Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa población, para que el error máximo que se cometa en la determinación de un intervalo de confianza para la media de X sea, a lo sumo, 0.3, con un nivel de confianza del 90%.

Ejercicio 22.- (2012)

Se cree que al menos el 25% de los usuarios de teléfonos móviles son de contrato. De una encuesta realizada a 950 personas, elegida al azar, 200 de ellas manifestaron que tenían teléfono móvil de contrato. A la vista de estos resultados y con un nivel de significación del 5%, ¿puede admitirse que la proporción de personas con contrato en su teléfono móvil ha disminuido? Utilice para la resolución del problema un contraste de hipótesis con hipótesis nula “la proporción p es mayor o igual que 0.25”.

Ejercicio 23.- (2012)

Un índice para calibrar la madurez lectora de los alumnos de primaria se distribuye según una ley Normal con desviación típica 2. Elegida una muestra de 18 alumnos en un centro de primaria, se obtiene una media muestral de 10.8 en dicho índice. Mediante el uso de un contraste de hipótesis, ¿se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, la hipótesis nula de que la media del índice de madurez lectora de los alumnos de este centro no es inferior a 11?

Ejercicio 24.- (2012)

La velocidad a la que circulan los conductores por una autopista sigue una distribución $N(\mu, 20)$. En un control efectuado a 100 conductores elegidos al azar ha resultado una velocidad media de 110 km/h.

- Determine el intervalo de confianza para μ , con un nivel del 99%.
- ¿Cuál es el máximo error cometido en esta estimación?

Ejercicio 25.- (2011)

El director de un banco afirma que la cantidad media de dinero extraído, por cliente, de un cajero automático de su sucursal no supera los 120 euros. Para contrastar esta hipótesis elige al azar 100 extracciones de este cajero y obtiene una media muestral de 130 euros. Se sabe que la cantidad de dinero extraído por un cliente en un cajero automático se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 67 euros.

- Plantee el contraste de hipótesis asociado al enunciado.
- Determine la región de aceptación, para un nivel de significación $\alpha = 0.05$.
- Con los datos muestrales tomados, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis de este director, con el mismo nivel de significación anterior?

Ejercicio 26.- (2011)

Se sabe que la estatura de las personas de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal cuya desviación típica es de 0.04 m. Para estimar la media de esta variable se ha tomado una muestra aleatoria de 60 personas de esa población y se ha encontrado una estatura media de 1.73 m.

- Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 97%, para la media de la distribución de estaturas.
- Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que la amplitud de un intervalo de la media con este nivel de confianza sea inferior a 0.08 m.

Ejercicio 27.- (2011)

En un distrito universitario, la calificación de los alumnos sigue una distribución Normal de media 6.2 puntos y desviación típica de 1 punto. Se seleccionó, aleatoriamente, una muestra de tamaño 25.

- Indique la distribución de la media de las muestras de tamaño 25.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media de las calificaciones de los alumnos de una de esas muestras esté comprendida entre 6 y 6.6 puntos?

Ejercicio 28.- (2011)

Un estudio sociológico afirma que el 70% de las familias cena viendo la televisión. Se desea contrastar la veracidad de esta afirmación y, para ello, se toma una muestra de 500 familias, en la que se observa que 340 ven la televisión mientras cenan. Decida, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación es cierta con un nivel de significación de 0.01.

Ejercicio 29.- (2011)

El peso de los adultos de una determinada población sigue una distribución Normal de media 70 kg y desviación típica 16 kg. Si elegimos, al azar, muestras de tamaño 4,

- ¿cuál es la distribución de la media muestral?
- ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de una de esas muestras esté comprendido entre 65 y 72 kg?
- ¿cuál es la probabilidad de que ese peso medio sea menor que 70kg?

Ejercicio 30.- (2011)

Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en kg: 1.2 0.9 1 1.2 1.1 1 0.8 1.1

Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0.25 kg.

- Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.
- Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.
- Razone cómo variaría la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

Ejercicio 31.- (2011)

Una máquina está preparada para fabricar piezas de, a lo sumo, 10 cm de longitud.

Se toma una muestra de 1000 piezas, comprobándose que la media sus longitudes es de 10.0037 cm. La longitud de las piezas fabricadas por esa máquina sigue una ley Normal con desviación típica 0.2 cm.

- Plantee un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si con los datos de esa muestra es posible afirmar que la media de la longitud de las piezas fabricadas por la máquina es de más de 10 cm.
- Determine la región de aceptación de la hipótesis nula de ese contraste para un nivel de significación $\alpha = 0.025$.
- Con los datos de la muestra y usando el contraste de hipótesis del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la longitud media de las piezas fabricadas?

Ejercicio 32.- (2011)

a) Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?

b) El peso de los individuos de una población se distribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.

Ejercicio 33.- (2011)

Suponiendo que la variable “años de vida de los individuos de un país” sigue una distribución Normal con desviación típica 8.9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años.

A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71.8 años.

- Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.
- Determine la región crítica a un nivel de significación del 5%.
- Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?

Ejercicio 34.- (2011)

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.

- ¿Cuál es la distribución de la media muestral?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47.5 y 52.5?

Ejercicio 35.- (2011)

El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizó una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y ésta reveló que 130 de ellas habían visto ese programa.

- Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.
- Halle la región crítica de ese contraste para un nivel de significación del 5.5%.
- Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?

Ejercicio 36.- (2011)

El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 gramos.

- Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ .
- Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?