

ESTADÍSTICA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA – 2008-2010
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC.SS II

Ejercicio 1.- (2010)

Se desea estimar la proporción de votantes a un determinado partido político mediante una muestra aleatoria.

- a) Si de una muestra de 500 personas 200 dicen que lo votan, calcule con un nivel de confianza del 97% un intervalo para la proporción de votantes a ese partido en la población.
- b) Si la proporción de votantes en otra muestra ha sido 0.2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.05, con un nivel de confianza del 99%, calcule el tamaño mínimo de dicha muestra.

Ejercicio 2.- (2010)

Se sabe que el tiempo de reacción a un determinado estímulo se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0.2 segundos.

- a) Observada una muestra aleatoria de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral de 0.3 segundos. Obtenga un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 94%.
- b) A un nivel de confianza del 90%, ¿cuál será el tamaño muestral mínimo si el error cometido es inferior a 0.05?

Ejercicio 3.- (2010)

En los individuos de una población, la concentración de una proteína en sangre se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0.42 g/dl. Se toma una muestra aleatoria de 49 individuos y se obtiene una media muestral de 6.85 g/dl.

- a) Obtenga un intervalo de confianza, al 96%, para estimar la concentración media de la proteína en sangre de los individuos de esa población.
- b) ¿Es suficiente el tamaño de esa muestra para obtener un intervalo de confianza, al 98%, con un error menor que 0.125 g/dl?

Ejercicio 4.- (2010)

El peso de los sacos de patatas de una cooperativa es una variable aleatoria Normal con desviación típica 0.25 kg. El agente de ventas de esa cooperativa afirma que el peso medio de los sacos no baja de 5 kg.

Se desea contrastar estadísticamente esta hipótesis. Para ello se toma una muestra aleatoria de 20 sacos y se obtiene que su peso medio es de 4.8 kg.

- a) Determine las hipótesis del contraste que se plantea en este enunciado.
- b) Halle la región crítica de este contraste para $\alpha = 0.01$.
- c) Con los datos de la muestra tomada, ¿puede decirse que existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis del agente de ventas de la cooperativa, al nivel de significación $\alpha = 0.01$?

Ejercicio 5.- (2010)

Una empresa consultora quiere estudiar algunos aspectos de la vida laboral de los trabajadores de una ciudad. Para ello selecciona una muestra aleatoria de 500 trabajadores, de los que 118 afirman residir en otra ciudad. Con un nivel de confianza del 93%,

- a) Calcule un intervalo de confianza para la proporción de trabajadores que residen fuera.
- b) Calcule el error cometido en el intervalo anterior.

Ejercicio 6.- (2010)

Un agricultor piensa que la producción media por naranjo, en su finca, es de 88 kg o más. Para confirmar su creencia selecciona, al azar, 10 de sus naranjos, pesa su producción y obtiene como resultado, en kg, para cada uno de ellos:

80 , 83 , 87 , 95 , 86 , 92 , 85 , 83 , 84 , 95.

Se acepta que la producción de un naranjo sigue una distribución Normal con desviación típica 5 kg.

- a) Plantee el contraste de hipótesis unilateral que responda a las condiciones del problema y determine la región crítica para un nivel de significación $\alpha = 0.05$.
- b) Con los datos de esta muestra, ¿qué conclusión debe obtener el agricultor sobre la producción media por naranjo de su finca, utilizando ese mismo nivel de significación?

Ejercicio 7.- (2010)

a) En una población de 2000 hombres y 2500 mujeres se quiere seleccionar una muestra de 135 personas mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?

b) Dada la población $\{ 6, 8, 11, a \}$, ¿cuánto debe valer a sabiendo que la media de las medias muestrales de tamaño 3, obtenidas mediante muestreo aleatorio simple, es 10.3?

Ejercicio 8.- (2010)

Una máquina de envasado está diseñada para llenar bolsas con 300 g de almendras. Para comprobar si funciona correctamente, se toma una muestra de 100 bolsas y se observa que su peso medio es de 297 g. Suponiendo que la variable “peso” tiene una distribución Normal con varianza 16, y utilizando un contraste bilateral ¿es aceptable, a un nivel de significación de 0.05, que el funcionamiento de la máquina es correcto?

Ejercicio 9.- (2010)

De una muestra aleatoria de 350 individuos de una población, 50 son adultos.

- a) Calcule un intervalo de confianza, al 98%, para la proporción de adultos de esa población.
- b) ¿Puede admitirse, a ese nivel de confianza, que la proporción de adultos de esa población es $2/15$?

Ejercicio 10.- (2010)

Se sabe que los años de vida de los individuos de una población es una variable aleatoria Normal con desviación típica 8.9 años. Una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población mostró una vida media de 71.8 años. Mediante un contraste de hipótesis unilateral, ¿puede afirmarse con los datos anteriores que la vida media es mayor de 70 años, a un nivel de significación $\alpha = 0.05$?

Ejercicio 11.- (2010)

En una determinada especie animal el porcentaje de mortalidad debida a una enfermedad vírica es de al menos un 40%.

Se está realizando un estudio para probar la eficacia de un fármaco que permite tratar esa enfermedad y, consecuentemente, reducir el porcentaje de mortalidad en esa especie. Para ello, se suministró el fármaco a 50 sujetos enfermos, elegidos al azar, de los que murieron 14.

A la vista de estos datos, y tomando como nivel de significación 0.015, ¿se puede afirmar que existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis $H_0 : p \geq 0.4$, donde p es la proporción, y por lo tanto aceptar la eficacia del fármaco?

Ejercicio 12.- (2010)

a) La altura de los alumnos de una Universidad sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 11 cm. Calcule el tamaño mínimo que ha de tener una muestra aleatoria de esos alumnos para que el error cometido al estimar la altura media sea inferior a 1cm, con un nivel de confianza del 98%.

b) Dada la población $\{10, 12, 17\}$, escriba todas las muestras de tamaño 2 mediante muestreo aleatorio simple y calcule la media y la desviación típica de las medias muestrales.

Ejercicio 13.- (2009)

En una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido, para la edad, una media de 17.5 años. Se sabe que la edad en la población, de la que procede esa muestra, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 0.8 años.

a) Obtenga un intervalo de confianza, al 94%, para la edad media de la población.

b) ¿Qué error máximo se comete en la estimación anterior?

Ejercicio 14.- (2009)

El cociente intelectual de los alumnos de un centro educativo se distribuye según una ley Normal de media 110 y desviación típica 15. Se extrae una muestra aleatoria simple de 25 alumnos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media del cociente intelectual de los alumnos de esa muestra sea superior a 113?

b) Razone cómo se vería afectada la respuesta a la pregunta anterior si el tamaño de la muestra aumentase.

Ejercicio 15.- (2009)

Se desea estimar la proporción de fumadores de una población mediante una muestra aleatoria.

- a) Si la proporción de fumadores en la muestra es 0.2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 95%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.
- b) Si en otra muestra de tamaño 280 el porcentaje de fumadores es del 25%, determine, para un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de fumadores de esa población.

Ejercicio 16.- (2009)

El tiempo que se tarda en la caja de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 0.5 minutos. Para una muestra aleatoria de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5.2 minutos.

- a) Calcule un intervalo de confianza, al nivel del 97%, para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes.
- b) Indique el tamaño muestral mínimo necesario para estimar dicho tiempo medio con un error máximo de 0.5 y un nivel de confianza del 96%.

Ejercicio 17.- (2009)

El tiempo (en horas) que permanecen los coches en un determinado taller de reparación es una variable aleatoria con distribución Normal de desviación típica 4 horas.

- a) Se eligieron, al azar, 16 coches del taller y se comprobó que, entre todos, estuvieron 136 horas en reparación. Determine un intervalo de confianza, al 98.5%, para la media del tiempo que permanecen los coches en ese taller.
- b) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra que permita estimar la media del tiempo que permanecen en reparación los coches en ese taller con un error en la estimación no superior a una hora y media y con el mismo nivel de confianza del apartado anterior.

Ejercicio 18.- (2009)

En un estudio de mercado del automóvil en una ciudad se ha tomado una muestra aleatoria de 300 turismos, y se ha encontrado que 75 de ellos tienen motor diésel. Para un nivel de confianza del 94%:

- a) Determine un intervalo de confianza de la proporción de turismos que tienen motor diésel en esa ciudad.
- b) ¿Cuál es el error máximo de la estimación de la proporción?

Ejercicio 19.- (2009)

Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante muestreo aleatorio simple (con reemplazamiento), se pueden extraer del conjunto $\{8,10,12\}$ y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.

Ejercicio 20.- (2009)

a) En una población, una variable aleatoria X sigue una distribución Normal de media 50 y desviación típica 9. Se elige, al azar, una muestra de tamaño 64 de esa población. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 48 y 52?

b) En una empresa de gas trabajan 150 personas en mantenimiento, 450 en operaciones, 200 en servicios y 100 en cargos directivos. Con objeto de realizar una encuesta laboral, se quiere seleccionar una muestra de 180 trabajadores de esa empresa por muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿qué número de trabajadores se debe elegir de cada grupo?

Ejercicio 21.- (2009)

Una variable aleatoria X se distribuye de forma Normal, con media μ y desviación típica $\sigma = 0.9$.

a) Una muestra aleatoria de tamaño 9 ha proporcionado los siguientes valores de X :

7.0, 6.4, 8.0, 7.1, 7.3, 7.4, 5.6, 8.8, 7.2.

Obtenga un intervalo de confianza para la media μ , con un nivel de confianza del 97%.

b) Con otra muestra, se ha obtenido que un intervalo de confianza para μ , al 95%, es el siguiente (6.906, 7.494). ¿Cuál es el tamaño de la muestra utilizada?

Ejercicio 22.- (2009)

Tomando, al azar, una muestra de 80 empleados de una empresa, se encontró que 20 usaban gafas. Halle, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de empleados de esa empresa que usan gafas.

Ejercicio 23.- (2009)

El gasto que hacen las familias españolas en regalos de Navidad sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 84 euros. Para estimar esta media se seleccionó una muestra aleatoria y se obtuvo el intervalo de confianza (509.41, 539.79), con un nivel de confianza del 97%.

a) ¿Cuál ha sido la media de la muestra escogida?

b) ¿Qué tamaño tenía la muestra?

Ejercicio 24.- (2009)

Los jóvenes andaluces duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley Normal de media desconocida, μ , y desviación típica 2 horas. A partir de una muestra de 64 jóvenes se ha obtenido una media de 7 horas.

a) Halle un intervalo de confianza, al 97%, para la media poblacional μ .

b) Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la media de horas de sueño, cometiendo un error máximo de 0.25 horas?

Ejercicio 25.- (2008)

Se desea estimar la proporción de individuos zurdos en una determinada ciudad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 300 individuos resultando que 45 de ellos son zurdos.

- Calcule, usando un nivel de confianza del 97%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de individuos zurdos de la población.
- ¿Sería mayor o menor el error de estimación si se usara un nivel de confianza del 95%? Razone la respuesta.

Ejercicio 26.- (2008)

Una variable aleatoria sigue una ley Normal con desviación típica 6. ¿De qué tamaño, como mínimo, se debe elegir una muestra que nos permita estimar la media de esa variable con un error máximo de 2 y una confianza del 99%?

Ejercicio 27.- (2008)

La longitud de los cables de los auriculares que fabrica una empresa es una variable aleatoria que sigue una ley Normal con desviación típica 4.5 cm. Para estimar la longitud media se han medido los cables de una muestra aleatoria de 9 auriculares y se han obtenido las siguientes longitudes, en cm:

205, 198, 202, 204, 197, 195, 196, 201, 202.

- Halle un intervalo de confianza, al 97%, para la longitud media de los cables.
- Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra de estos auriculares para que el error de estimación de la longitud media sea inferior a 1 cm, con el mismo nivel de confianza del apartado anterior.

Ejercicio 28.- (2008)

Se ha aplicado un medicamento a una muestra de 200 enfermos y se ha observado una respuesta positiva en 140 de ellos. Estímese, mediante un intervalo de confianza del 99%, la proporción de enfermos que responderían positivamente si este medicamento se aplicase a la población de la que se ha extraído la muestra.

Ejercicio 29.- (2008)

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

- Determine un intervalo de confianza para estimar μ , a un nivel del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
- ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 1 día y un nivel de confianza del 92%?

Ejercicio 30.- (2008)

Sea la población $\{1,2,3,4\}$.

- Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
- Calcule la varianza de las medias muestrales.

Ejercicio 31.- (2008)

Tomada al azar una muestra de 90 alumnos de un Instituto se encontró que un tercio habla inglés.

Halle, con un nivel de confianza del 97%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de alumnos de ese Instituto que habla inglés.

Ejercicio 32.- (2008)

El tiempo de utilización diaria de ordenador entre los empleados de una empresa sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 1.2 horas.

a) Una muestra aleatoria de 40 empleados tiene una media del tiempo de utilización de 2.85 horas diarias. Determine un intervalo de confianza, al 96%, para la media del tiempo de utilización diaria de ordenador.

b) Calcule el tamaño mínimo que debería tener una muestra para estimar la media del tiempo de utilización diaria del ordenador con un error no superior a 0.75 horas y el mismo nivel de confianza del apartado anterior.

Ejercicio 33.- (2008)

El peso, en kg, de los alumnos de primaria de un colegio sigue una distribución Normal de media 28 kg y desviación típica 2.7 kg.

Consideremos muestras aleatorias de 9 alumnos.

a) ¿Qué distribución sigue la media de las muestras?

b) Si elegimos, al azar, una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que su media esté comprendida entre 26 y 29 kg?

Ejercicio 34.- (2008)

En un centro de anillamiento de aves se ha detectado que en una muestra de 250 ejemplares de una especie, 60 son portadoras de una bacteria.

Obtenga un intervalo de confianza, al 97%, para la proporción de aves de esa especie que son portadoras de la bacteria.

Ejercicio 35.- (2008)

En una muestra representativa de 1200 residentes de una ciudad, 450 utilizan habitualmente el transporte público. Obtenga el intervalo de confianza, al 90%, de la proporción de residentes en la ciudad que utilizan habitualmente el transporte público.

Ejercicio 36.- (2008)

El consumo, en gramos, de un cierto producto sigue una ley Normal con varianza 225 g^2 .

a) A partir de una muestra de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral igual a 175 g. Halle un intervalo de confianza, al 90%, para la media del consumo.

b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el correspondiente intervalo de confianza, al 95%, tenga una amplitud máxima de 5?