

## UNIDAD 3: EJERCICIOS DE LOGARITMOS

Ejercicio 1: Sabiendo que  $\log 2 = 0,3010300$  y el  $\log 3 = 0,4771213$ , calcule:

- a)  $\log 4$       b)  $\log 6$       c)  $\log 15$       d)  $\log \frac{1}{8}$       e)  $\log \sqrt[3]{6}$       f)  $\log 6,75$

Ejercicio 2:

Calcula, mediante la definición, estos logaritmos.

- a)  $\log_2 8$       c)  $\log 1.000$       e)  $\ln e^{33}$       g)  $\log_4 16$   
b)  $\log_3 81$       d)  $\log 0,0001$       f)  $\ln e^{-4}$       h)  $\log_4 0,25$

- a)  $\log_2 8 = 3$       e)  $\ln e^{33} = 33$   
b)  $\log_3 81 = 4$       f)  $\ln e^{-4} = -4$   
c)  $\log 1.000 = 3$       g)  $\log_4 16 = 2$   
d)  $\log 0,0001 = -4$       h)  $\log_4 0,25 = -1$

Ejercicio 3:

Calcula los logaritmos y deja indicado el resultado.

- a)  $\log_4 32$       c)  $\log_3 100$       e)  $\log_{32} 4$   
b)  $\log_2 32$       d)  $\log_5 32$       f)  $\log_2 304$

- a)  $\log_4 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 4} = \frac{5}{2}$       d)  $\log_5 32 = \frac{\log 32}{\log 5} = 2,1533\dots$   
b)  $\log_2 32 = 5$       e)  $\log_{32} 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 32} = \frac{2}{5}$   
c)  $\log_3 100 = \frac{\log 100}{\log 3} = 4,1918\dots$       f)  $\log_2 304 = \frac{\log 304}{\log 2} = 8,2479\dots$
- 

Ejercicio 4:

Halla el valor de  $x$  en las siguientes igualdades.

- a)  $\log_x 256 = -8$       c)  $\log_5 \sqrt[6]{625} = x$   
b)  $\log_3 x = \frac{2}{3}$       d)  $\log_x 3 = 2$   
a)  $\frac{1}{2}$       b)  $2,0801\dots$       c)  $\frac{2}{3}$       d)  $\sqrt{3}$

Ejercicio 5:

Calcula, aplicando la definición, los siguientes logaritmos:

- a)  $\log_3 27 = y \Leftrightarrow 3^y = 27 \Leftrightarrow 3^y = 3^3 \Leftrightarrow y = 3$

Por tanto,  $\log_3 27 = 3$

$$\text{b) } \log_{\frac{1}{2}} 64 = y \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = 64 \Leftrightarrow 2^{-y} = 2^6 \Leftrightarrow -y = 6 \Leftrightarrow y = -6$$

$$\text{Por tanto, } \log_{\frac{1}{2}} 64 = -6$$

$$\text{c) } \log_2 128 = y \Leftrightarrow 2^y = 128 \Leftrightarrow 2^y = 2^7 \Leftrightarrow y = 7$$

$$\text{Por tanto, } \log_2 128 = 7$$

$$\text{d) } \log_{\sqrt{2}} 32 = y \Leftrightarrow (\sqrt{2})^y = 32 \Leftrightarrow \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^y = 2^5 \Leftrightarrow 2^{\frac{y}{2}} = 2^5 \Leftrightarrow \frac{y}{2} = 5 \Leftrightarrow y = 10$$

$$\text{Por tanto, } \log_{\sqrt{2}} 32 = 10$$

$$\text{e) } \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9} = y \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^y = \sqrt[3]{9} \Leftrightarrow 3^{-y} = \sqrt[3]{3^2} \Leftrightarrow 3^{-y} = 3^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow -y = \frac{2}{3} \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Por tanto, } \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9} = -\frac{2}{3}$$

Ejercicio 6:

**Halla el valor de las siguientes expresiones:**

$$\text{a) } \log_{25} \frac{1}{\sqrt[5]{5}} - \log_3 243 + \log_{16} \frac{1}{4} = -\frac{1}{10} - 5 + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{10} - 5 - \frac{1}{2} = \frac{-1-50-5}{10} = -\frac{56}{10} = -\frac{28}{5}$$

$$(*) \log_{25} \frac{1}{\sqrt[5]{5}} = y \Leftrightarrow 25^y = \frac{1}{\sqrt[5]{5}} \Leftrightarrow (5^2)^y = \frac{1}{5^{\frac{1}{5}}} \Leftrightarrow 5^{2y} = 5^{-\frac{1}{5}} \Leftrightarrow 2y = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{10}$$

$$(*) \log_3 243 = y \Leftrightarrow 3^y = 243 \Leftrightarrow 3^y = 3^5 \Leftrightarrow y = 5$$

$$(*) \log_{16} \frac{1}{4} = y \Leftrightarrow 16^y = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (2^4)^y = 2^{-2} \Leftrightarrow 2^{4y} = 2^{-2} \Leftrightarrow 4y = -2 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{4} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$\text{b) } \log_2 \sqrt[6]{0,5} - \log_{49} \frac{1}{7} - \log_{216} 6 - \log_4 64 = -\frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3} - 3 = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 3 =$$

$$= \frac{-1+3-2-18}{6} = -\frac{18}{6} = -3$$

$$(*) \log_2 \sqrt[6]{0,5} = y \Leftrightarrow 2^y = \sqrt[6]{0,5} \Leftrightarrow 2^y = \sqrt[6]{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2^y = \sqrt[6]{2^{-1}} \Leftrightarrow 2^y = 2^{-\frac{1}{6}} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{6}$$

$$(*) \log_{49} \frac{1}{7} = y \Leftrightarrow 49^y = \frac{1}{7} \Leftrightarrow (7^2)^y = 7^{-1} \Leftrightarrow 7^{2y} = 7^{-1} \Leftrightarrow 2y = -1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$(*) \log_{216} 6 = y \Leftrightarrow 216^y = 6 \Leftrightarrow (6^3)^y = 6 \Leftrightarrow 6^{3y} = 6^1 \Leftrightarrow 3y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$(*) \log_4 64 = y \Leftrightarrow 4^y = 64 \Leftrightarrow 4^y = 4^3 \Leftrightarrow y = 3$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \log_5(25^5 \cdot 0,008^2) = y &\Leftrightarrow 5^y = (25^5 \cdot 0,008^2) \Leftrightarrow 5^y = (5^2)^5 \cdot \left(\frac{8}{1000}\right)^2 \Leftrightarrow 5^y = 5^{10} \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5^y = 5^{10} \cdot (5^{-3})^2 \Leftrightarrow 5^y = 5^{10} \cdot 5^{-6} \Leftrightarrow 5^y = 5^4 \Leftrightarrow y = 4 \\ \text{Por tanto, } \log_5(25^5 \cdot 0,008^2) &= 4 \end{aligned}$$

Ejercicio 7:

**Halla el valor de  $x$  en cada caso:**

En todos los apartados aplicamos la definición de logaritmo y luego desarrollamos

$$\text{a) } \log_x 7 = -2 \Leftrightarrow x^{-2} = 7 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = 7 \Leftrightarrow 1 = 7x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{7} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{7}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{7}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

racionalizar

$$\text{b) } \log_x 7 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^{\frac{1}{2}} = 7 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 7 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 7^2 \Leftrightarrow x = 49$$

$$\text{c) } \log_7 x^4 = 2 \Leftrightarrow 7^2 = x^4 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt[4]{7^2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

simplificar

$$\text{d) } \log_x \left(\frac{1}{49}\right) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{49} \Leftrightarrow \sqrt[4]{x} = \frac{1}{49} \Leftrightarrow (\sqrt[4]{x})^4 = \left(\frac{1}{49}\right)^4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7^8} \Leftrightarrow x = 7^{-8}$$

$$\text{e) } \log_2 x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{-\frac{1}{2}} = x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

racionalizar

Ejercicio 8:

**- Sabiendo que  $\log 2 = 0,301$  y  $\log 3 = 0,477$  calcula:**

$$\text{a) } \log 12 = \log(2^2 \cdot 3) \underset{\text{Prop.1}}{=} \log 2^2 + \log 3 \underset{\text{Prop.3}}{=} 2\log 2 + \log 3 = 2 \cdot (0,301) + 0,477 = 0,602 + 0,477 = 1,079$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \log 0,0002 &= \log \left(\frac{2}{10000}\right) \underset{\text{Prop.2}}{=} \log 2 - \log 10000 = \log 2 - \log 10^4 \underset{\text{Prop.3}}{=} \log 2 - 4\log 10 \underset{\log_a a=1}{=} \\ &= 0,301 - 4 \cdot 1 = 0,301 - 4 = -3,699 \end{aligned}$$

Ejercicio 9:

**Sabiendo que  $\log 2 = 0,301$ ,  $\log 3 = 0,477$  y utilizando el cambio de base calcula:**

$$\text{CAMBIODE BASE} \rightarrow \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\text{a) } \log_3 32 = \frac{\log 32}{\log 3} = \frac{\log 2^5}{\log 3} = \frac{5 \log 2}{\log 3} = \frac{5 \cdot 0,301}{0,477} = 3,155$$

$$\text{b) } \log_4 0,3 = \frac{\log 0,3}{\log 4} = \frac{\log\left(\frac{3}{10}\right)}{\log 2^2} = \frac{\log 3 - \log 10}{2 \log 2} = \frac{0,477 - 1}{2 \cdot 0,301} = \frac{-0,523}{0,602} = -0,869$$

$$\text{c) } \log_{\sqrt{2}} 27 = \frac{\log 27}{\log \sqrt{2}} = \frac{\log 3^3}{\log 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{3 \log 3}{\frac{1}{2} \log 2} = \frac{3 \cdot 0,477}{\frac{1}{2} \cdot 0,301} = \frac{1,431}{0,1505} = 9,508$$

$$\text{d) } \log_8 2 = \frac{\log 2}{\log 8} = \frac{\log 2}{\log 2^3} = \frac{\log 2}{3 \log 2} = \frac{1}{3}$$