RELACIÓN 1 EJERCICIOS: FUNCIONES RACIONALES

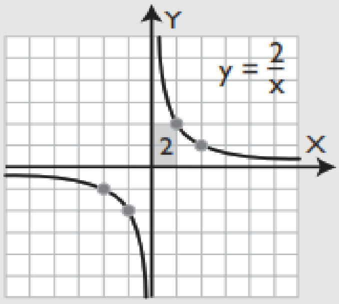
Ejercicio 1:

1 Representa la gráfica de la función $y = 2/x$, calcula el valor de la constante de proporcionalidad e indica si ésta es creciente o decreciente.

Solución:

Tabla de valores:

x	…	−2	−1	…	1	2	…
y = 2/x	…	−1	−2	…	2	1	…



Constante de proporcionalidad

$k = 2 > 0 \Rightarrow$ decreciente

Ejercicio 2:

22 Representa la gráfica de la función $y = -3/x$. Calcula el valor de la constante de proporcionalidad e indica si es creciente o decreciente.

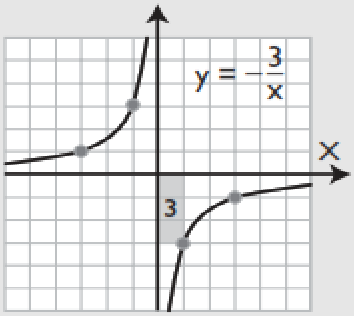
Solución:

Tabla de valores:

x	…	−3	−1	…	1	3	…
y = −3/x	…	1	3	…	−3	−1	…

Constante de proporcionalidad

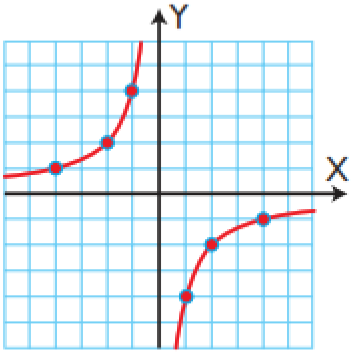
$k = -3 > 0 \Rightarrow$ creciente



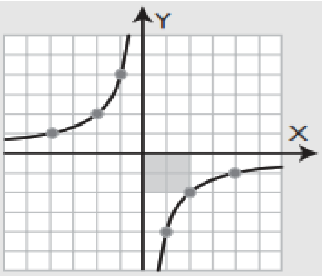
Ejercicio 3:

Halla la ecuación de las siguientes funciones:

a)



Solución:

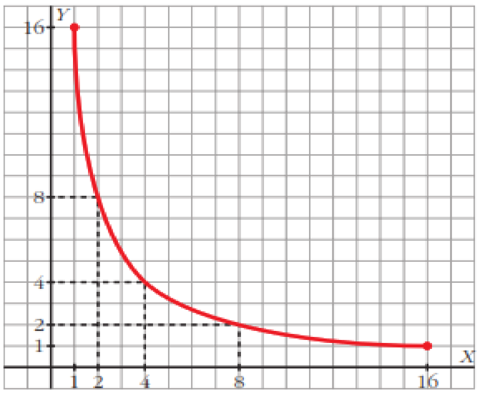


Como es creciente, **k** es negativo.

$$y = -\frac{4}{x}$$

Ejercicio 4:

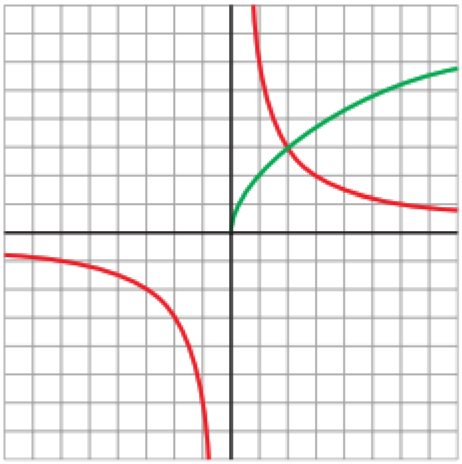
Representa: $y = \frac{16}{x},\ 1 \le x \le 16$



Ejercicio 5:

Las gráficas de la derecha (roja y verde) tienen por ecuaciones $y = \dfrac{a}{x}$ e $y = \sqrt{bx}$.

Di qué ecuación corresponde a cada gráfica y averigua los valores de a y de b.



$y = \dfrac{a}{x}$ es la roja. $y = \sqrt{bx}$ es la verde.

Basta con fijarse en los dominios.

La roja pasa por (2, 3), luego $3 = \dfrac{a}{2} \rightarrow a = 6$

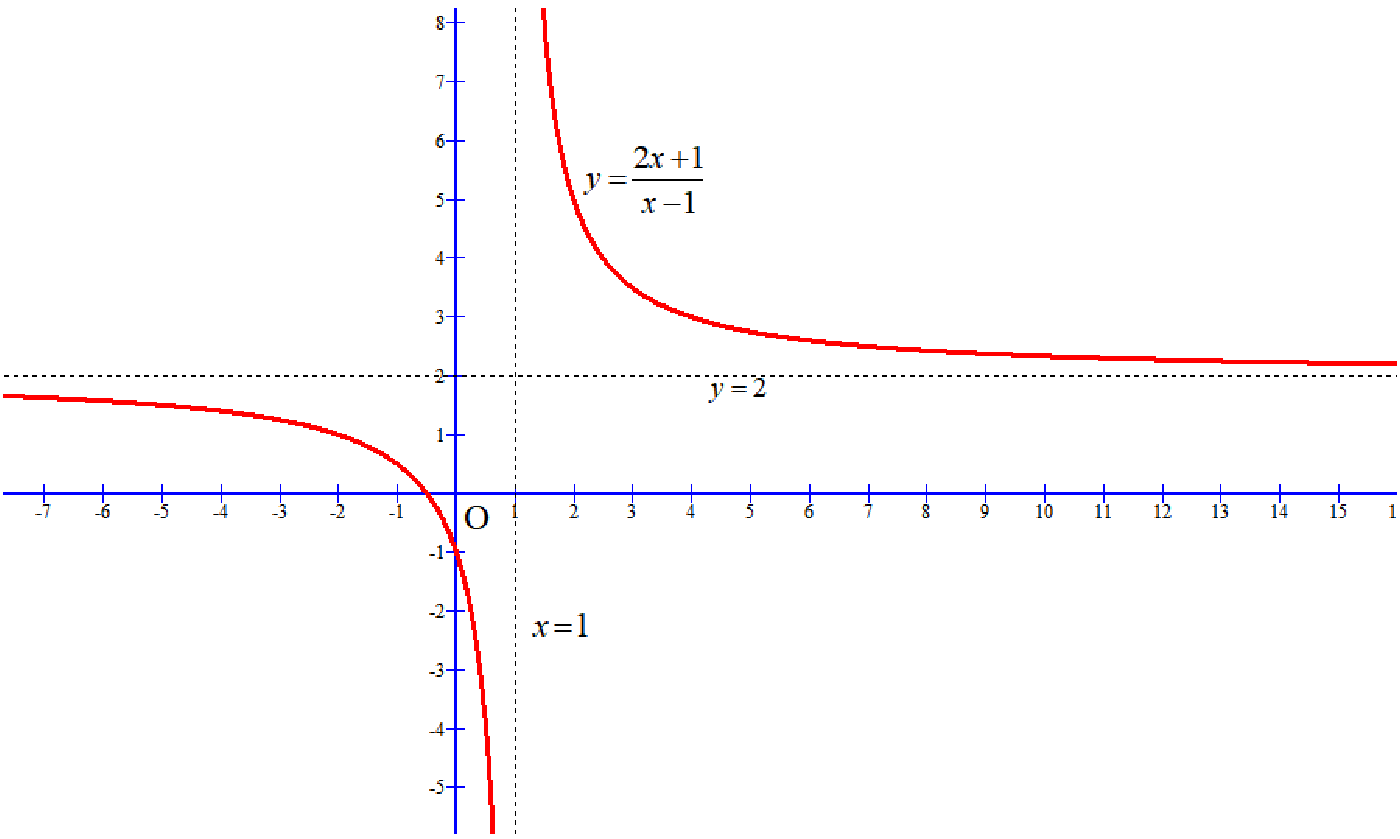
La verde pasa por (1, 2), luego $2 = \sqrt{b \cdot 1} \rightarrow b = 4$

<u>Ejercicio 6</u>: Representa las siguientes funciones del tipo $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

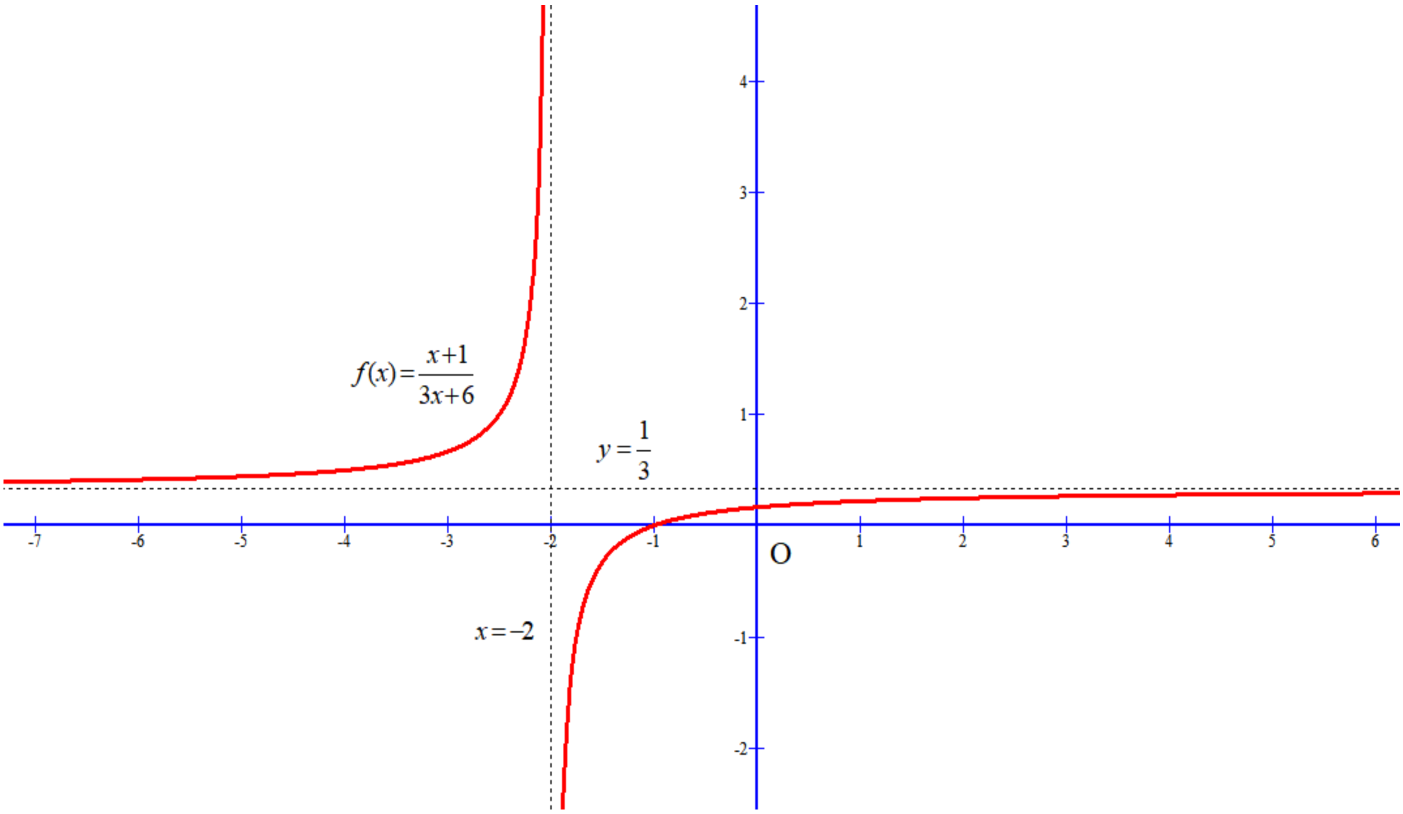
a) $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ b) $f(x) = \dfrac{x+1}{3x+6}$ c) $g(x) = \dfrac{-x}{x-3}$

SOLUCIÓN:

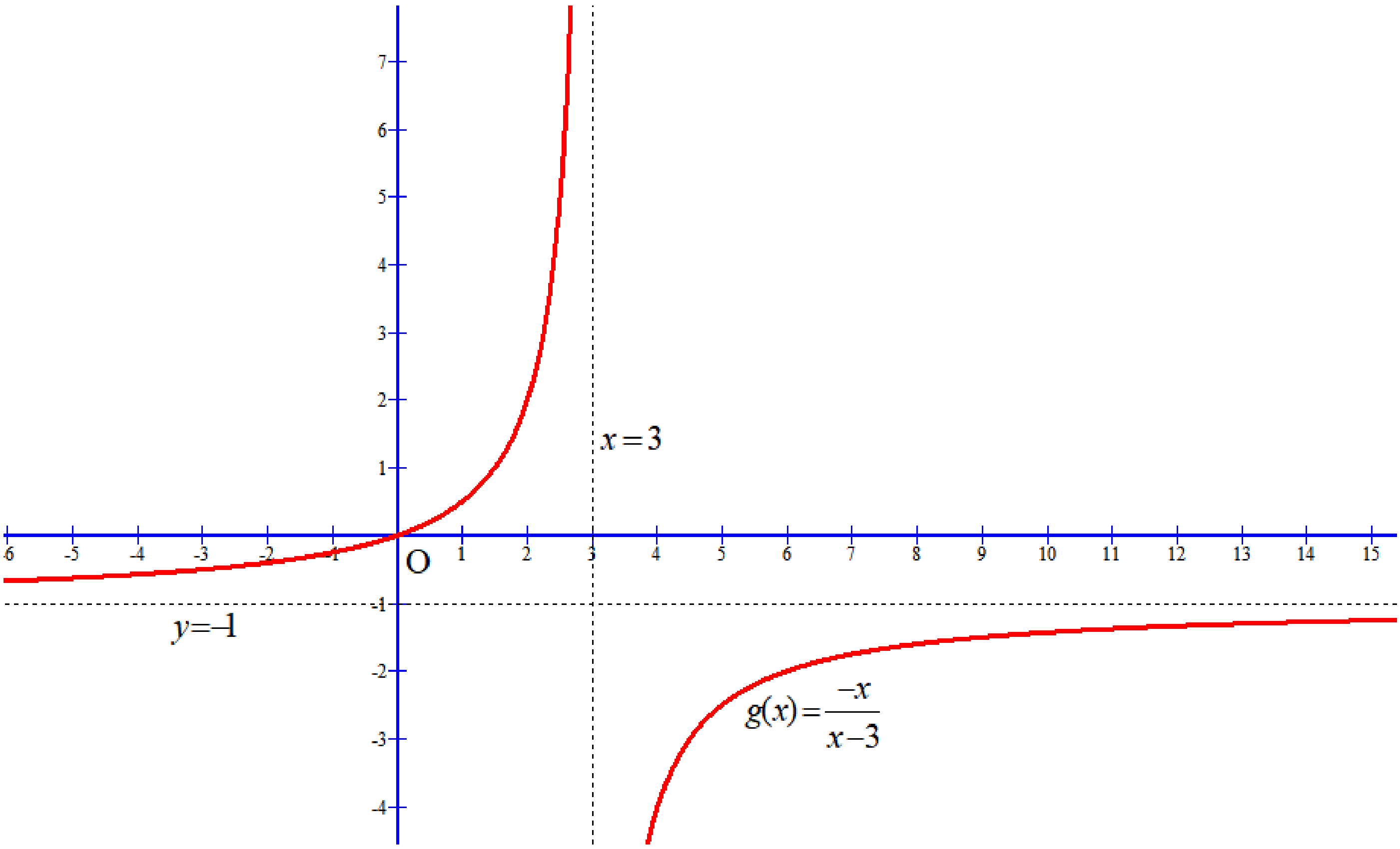
a)



b)

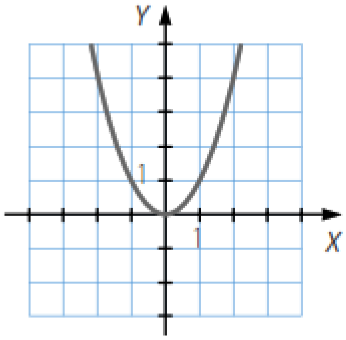

$f(x)=\frac{x+1}{3x+6}$
$y=\frac{1}{3}$
$x=-2$
O
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6
4 3 2 1 -1 -2

c)


$x=3$
$y=-1$
$g(x)=\frac{-x}{x-3}$
O
-6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
7 6 5 4 3 2 1 -1 -2 -3 -4

Ejercicio 7:

Dada la gráfica de la función $y = x^2$:



representa estas funciones.

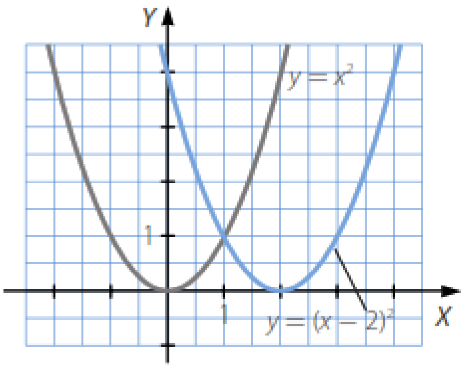
a) $y = (x - 2)^2$

b) $y = x^2 + 3$

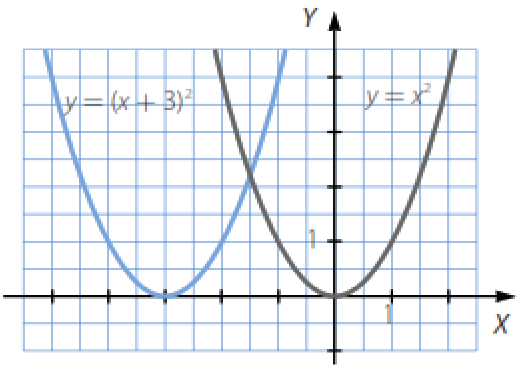
c) $y = (x + 3)^2$

d) $y = x^2 - 4$

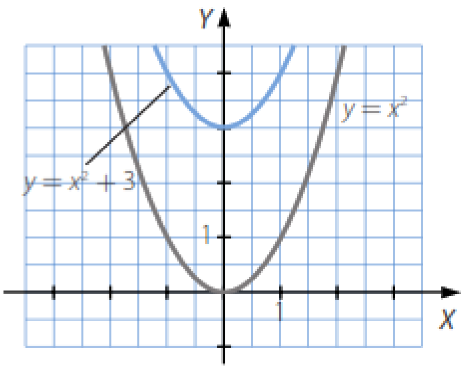
a)



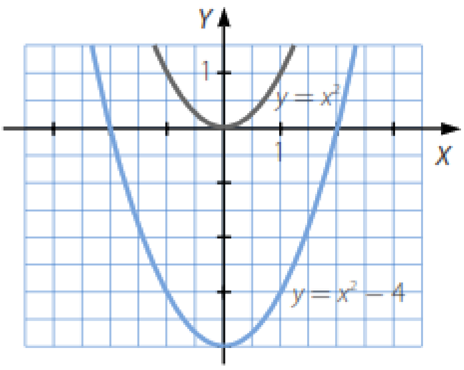
c)



b)

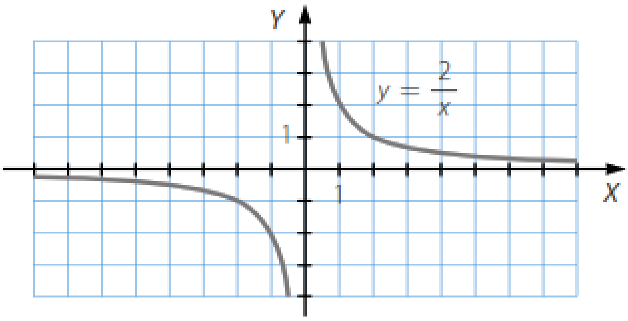


d)



Ejercicio 8:

La gráfica pertenece a la función $y = \dfrac{2}{x}$.



Construye a partir de ella la gráfica de las funciones.

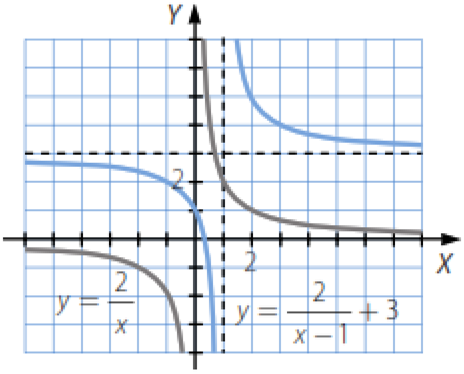
a) $y = \dfrac{2}{x-1} + 3$

c) $y = \dfrac{2}{x+2} - 1$

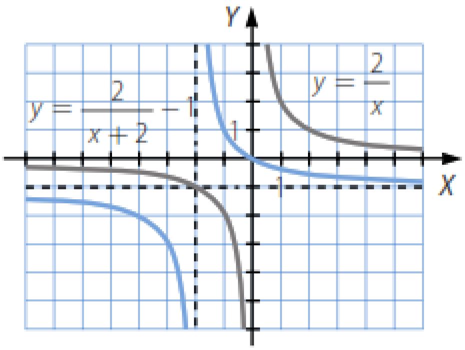
b) $y = 2 - \dfrac{2}{x-3}$

d) $y = -1 - \dfrac{2}{x+1}$

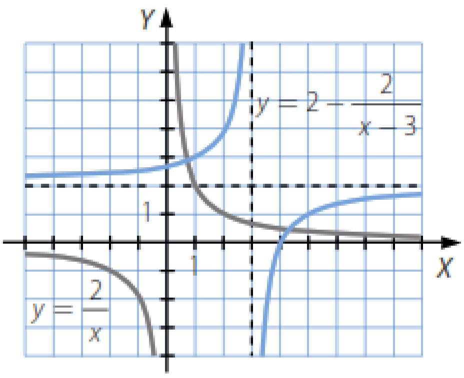
a)



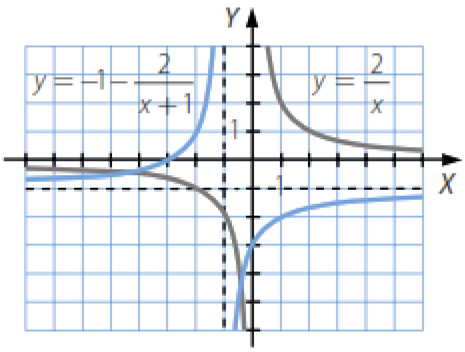
c)



b)



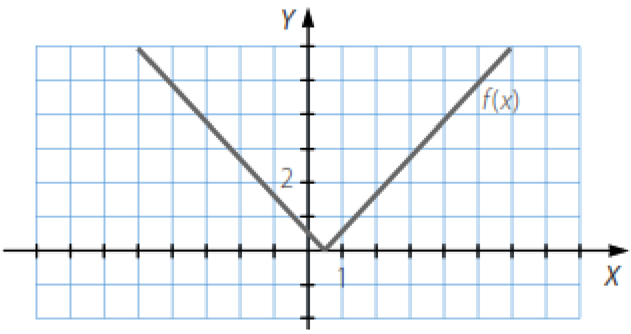
d)



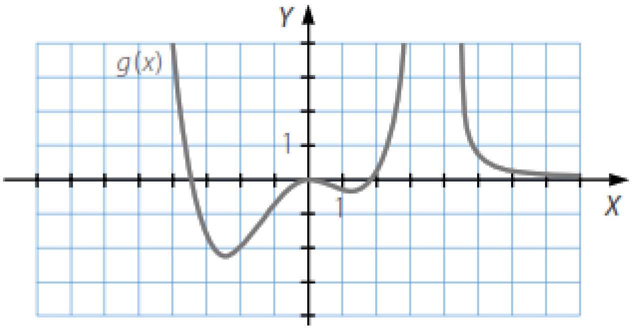
<u>Ejercicio 9</u>:

A partir de cada gráfica, dibuja la gráfica de las funciones que se indican.

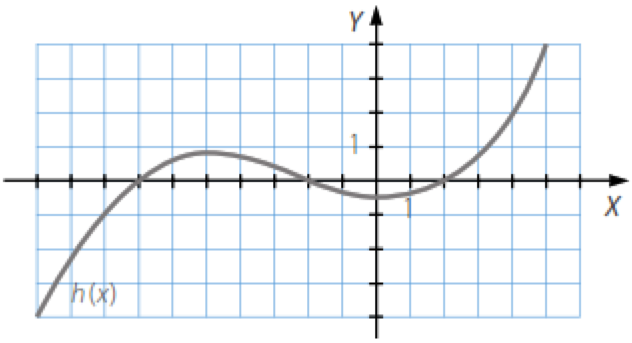
a) $f(-x)$ y $-f(x)$



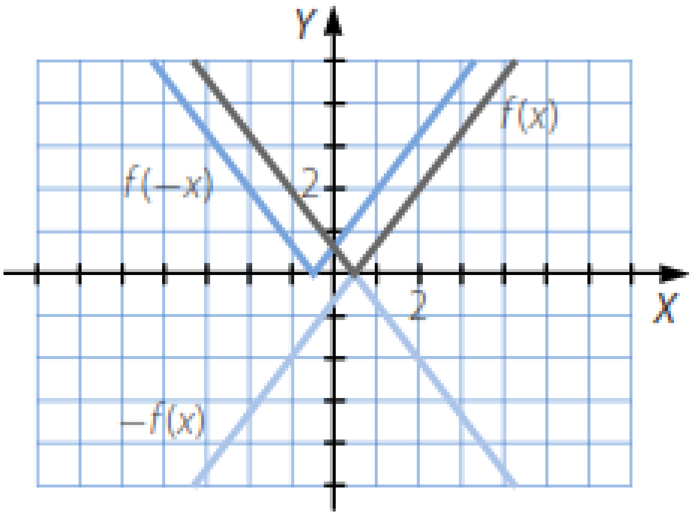
b) $g(x) + 1$ y $g(x) - 3$



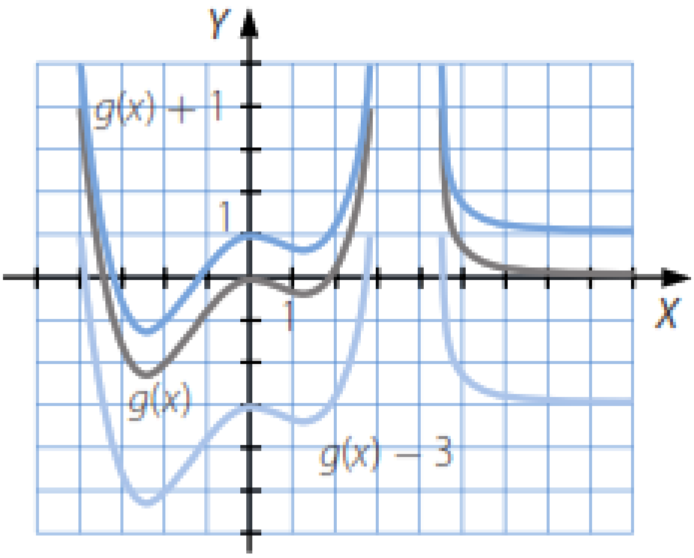
c) $h(x + 1)$ y $h(x - 2)$



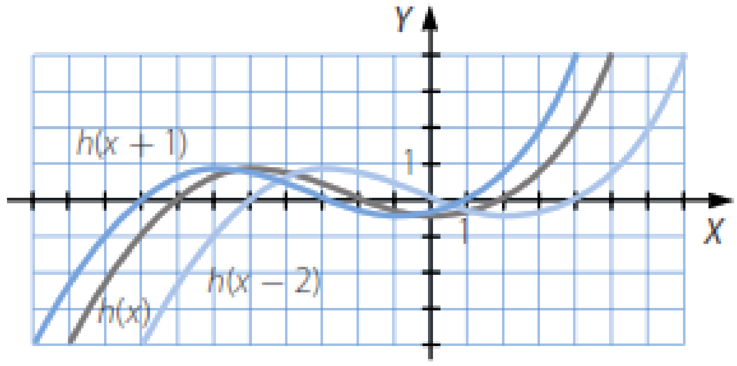
a)



b)



c)

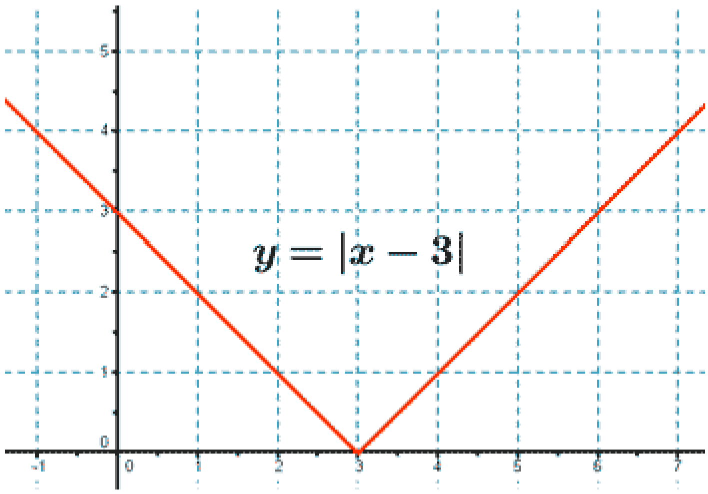


Ejercicio 10: Representa las siguientes funciones con valor absoluto:

a)

$\mathbf{y = |x - 3|}$

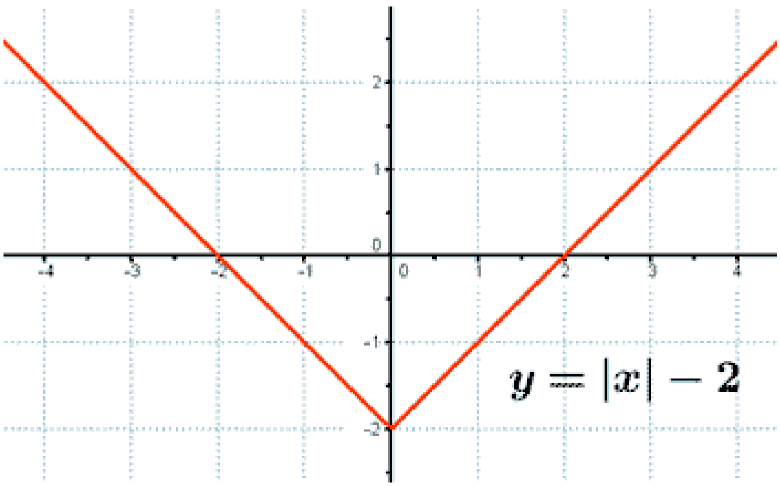
Sol.:



b)

$\mathbf{y = |x| - 2}$

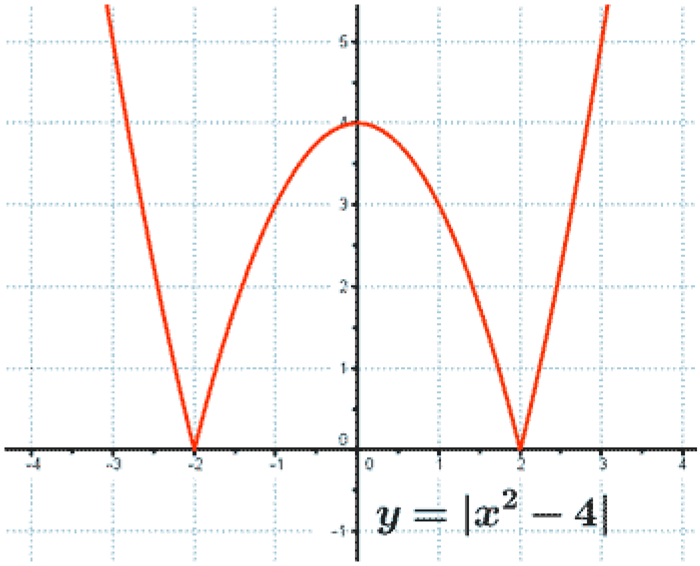
Sol.:



c)

$$y = |x^2 - 4|$$

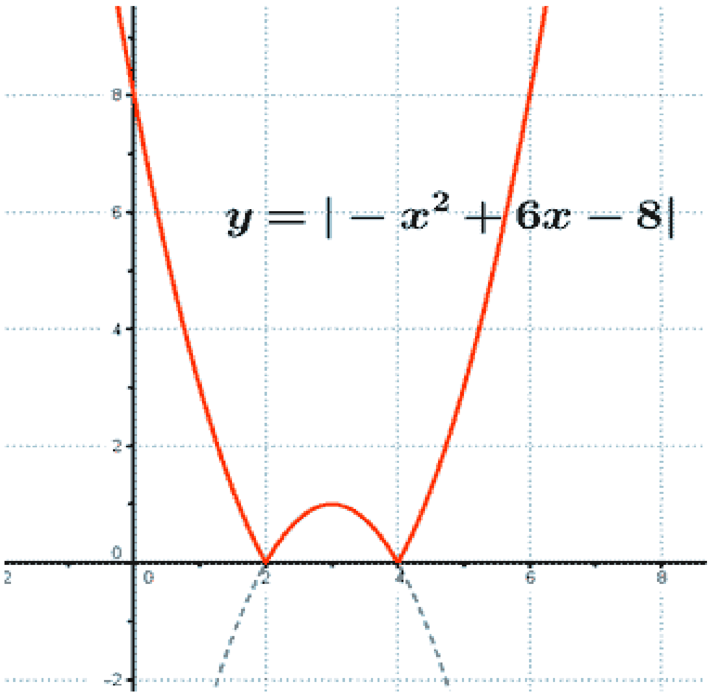
Sol.:



d)

$$y = |-x^2 + 6x - 8|$$

Sol.:



Ejercicio 11:

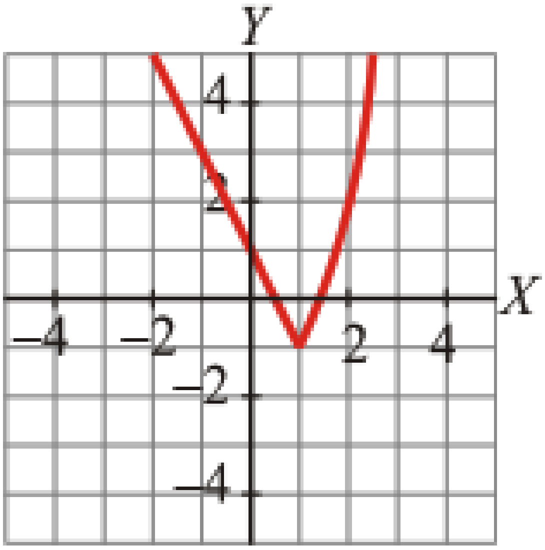
Representa gráficamente:

$$y = \begin{cases} -2x+1 & \text{si} \quad x \le 1 \\ x^2 - 2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \le 1$, tenemos un trozo de recta.
Si $x > 1$, es un trozo de parábola.

La gráfica es:



Ejercicio 12:

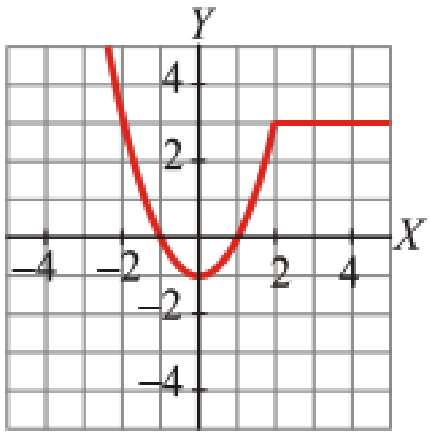
Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si} \quad x \le 2 \\ 3 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \le 2$, es un trozo de parábola.
Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

La gráfica es:



Ejercicio 13:

Representa la siguiente función definida a trozos. Estudia también la continuidad, el crecimiento, decrecimiento y los máximos y mínimos de cada una de ellas.

$$f(x)=\begin{cases} x-3, & -\infty < x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 3 \\ -x, & 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

Solución:

El domino de f(x) tiene tres zonas, para una de las cuales corresponde un trazado distinto:

- Para la primera zona, $-\infty < x \leq 0$, construimos una tabla de valores con el fin de obtener dos puntos. No necesitamos más puntos, ya que en el presente tramo la función es una línea recta, $f_1(x) = x - 3$

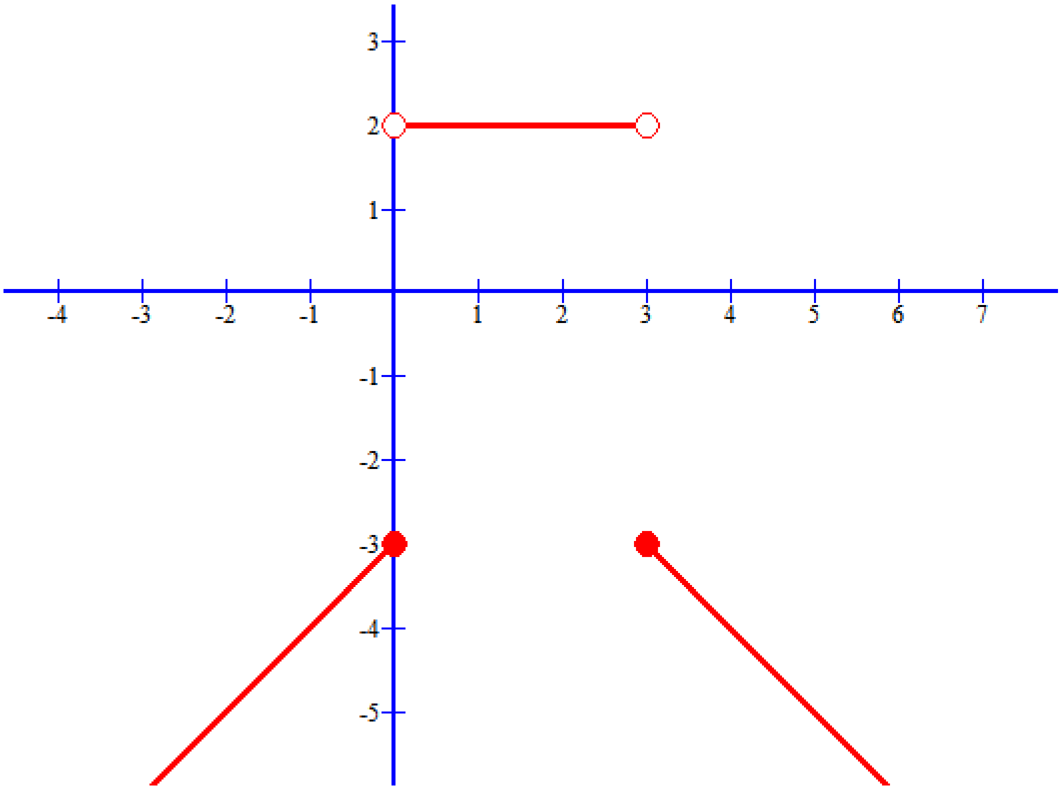
x	x–3	
0	0–3=–3	$\Rightarrow$ A(0,–3)
–2	–2–3=–5	$\Rightarrow$ B(–2,–5)

- Para la segunda zona, $0 < x < 3$, el valor de la función es constante, $f_2(x) = 2$

- Para la tercera zona, $3 \leq x < \infty$, construimos una tabla de valores con el fin de obtener dos puntos. No necesitamos más puntos ya que este tercer tramo se trata de otra recta, $f_3(x) = -x$

x	–x	
3	–3	$\Rightarrow$ D(3,–3)
5	–5	$\Rightarrow$ E(5,–5)

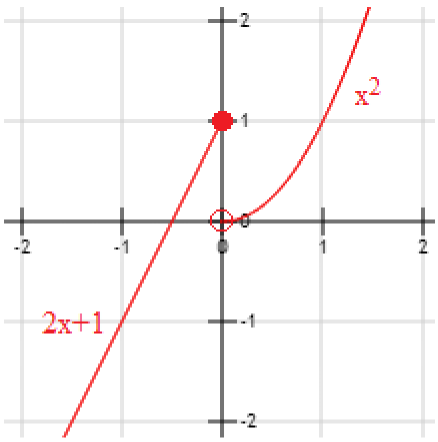
Nos queda



Ejercicio 14:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

En esta función, si la variable toma un valor menor o igual que 0, la definición de la función es $2x+1$, mientras que si toma un valor positivo la definición de la función es x^2.

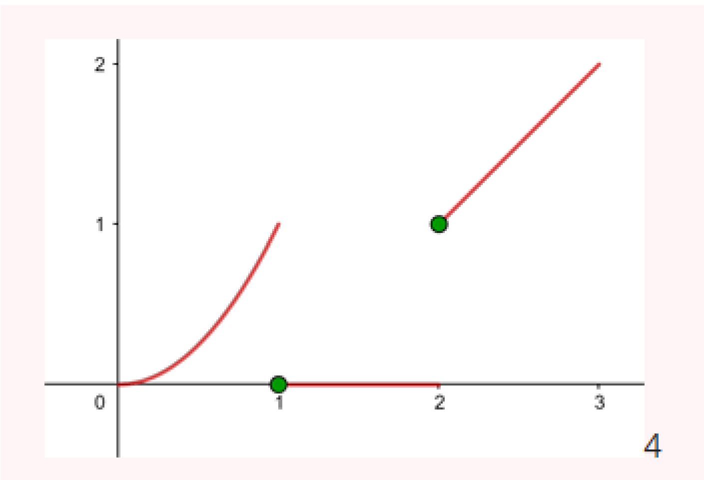


El punto sólido y el punto vacío de la gráfica indican que el valor que toma f en $x=0$ es $f(0)=1$ y no $f(0)=0$ (porque $x=0$ pertenece al primer intervalo de la definición de f).

Ejercicio 15:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & si \quad 0 < x < 1 \\ 0 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ x-1 & si \quad 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

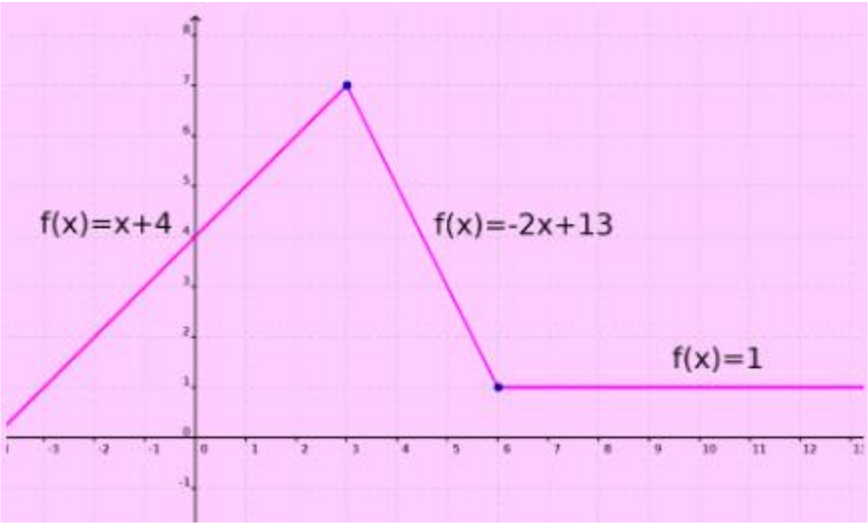
Sol.:



<u>Ejercicio 16</u>:

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & si\ x \leq 3 \\ -2x+13 & si\ 3 < x < 6 \\ 1 & si\ x \geq 6 \end{cases}$$

Sol.:



<u>Ejercicio 17</u>:

$$f(x)\begin{cases} -x^2+3 & x < -1 \\ 1.36 & x = -1 \\ x^2 & -1 < x < 2 \\ -x+4 & x > 2 \end{cases}$$