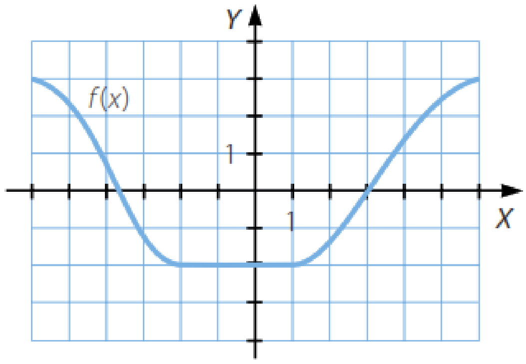
RELACIÓN 2 EJERCICIOS: FUNCIONES. PROPIEDADES GLOBALES

Ejercicio 1:

Estudia el crecimiento de la función.

La función es decreciente en $(-\infty, -2)$, es constante en $(-2, 1)$ y es creciente en $(1, +\infty)$.

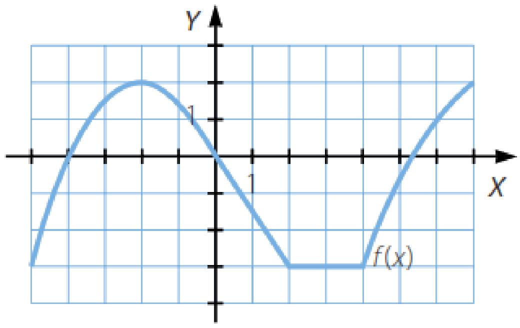


Ejercicio 2:

¿En qué puntos de la función hay máximos relativos? ¿Y mínimos relativos? ¿Tiene máximos o mínimos absolutos?

Existe un máximo relativo en el punto $x = -2$.

No tiene mínimos relativos ni absolutos y no hay máximos absolutos.



Ejercicio 3:

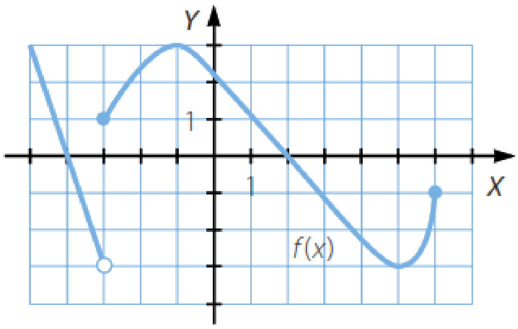
Estudia el dominio, el recorrido, el crecimiento y los máximos y mínimos de $f(x)$.

$\text{Dom } f = (-\infty, 6]$

$\text{Im } f = [-3, +\infty)$

La función es decreciente en $(-\infty, -3) \cup (-1, 5)$ y es creciente en $(-3, -1) \cup (5, 6)$.

Existe un máximo relativo en $x = -1$ y un mínimo absoluto en $x = 5$. No hay máximos absolutos.



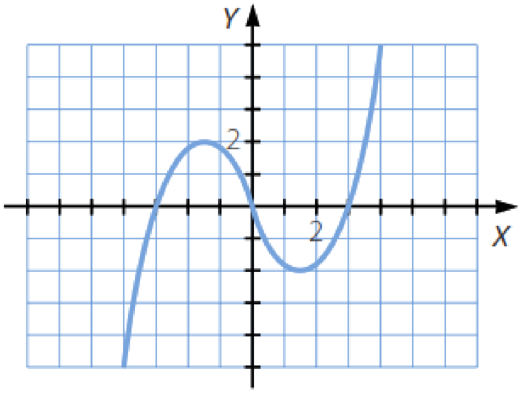
Ejercicio 4:

Dibuja la gráfica de una función para que sea:

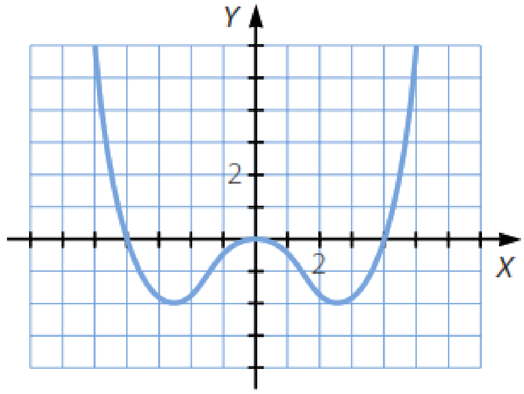
a) Impar. b) Par.

Respuesta abierta.

a)



b)



Ejercicio 5:

Justifica si estas funciones son simétricas.

a) $f(x) = \dfrac{x^4 + 2}{x^2}$ b) $g(x) = \sqrt{x^3 - 3}$

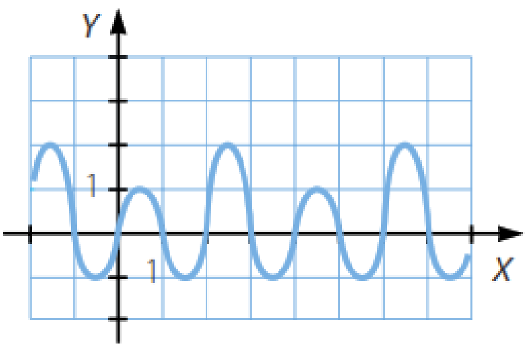
a) $f(-x) = \dfrac{(-x)^4 + 2}{(-x)^2} = \dfrac{x^4 + 2}{x^2} = f(x) \rightarrow f(x)$ es simétrica respecto del eje Y.

b) $g(-x) = \sqrt{(-x)^3 - 3} = \sqrt{-x^3 - 3} \rightarrow g(x)$ no es simétrica.

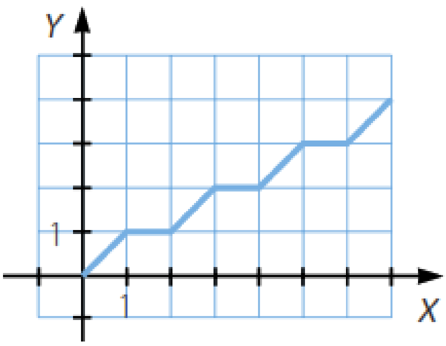
Ejercicio 6:

Razona si las siguientes gráficas corresponden a funciones periódicas.

a)



b)



a) La función es periódica y su período es 4.

b) La función no es periódica, porque la gráfica no se repite.

Ejercicio 7:

Determina el valor de las estas funciones en el punto $x = -5$, si $f(x) = x^2 - 3$ y $g(x) = \dfrac{x+3}{x}$.

a) $(f - g)(x)$ b) $(f \cdot g)(x)$ c) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$

a) $(f-g)(x) = x^2 - 3 - \dfrac{x+3}{x}$ $(f-g)(-5) = (-5)^2 - 3 - \dfrac{-5+3}{-5} = \dfrac{108}{5}$

b) $(f \cdot g)(x) = (x^2 - 3)\cdot\left(\dfrac{x+3}{x}\right) = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 3x - 9}{x}$

$(f \cdot g)(-5) = \dfrac{(-5)^3 + 3(-5)^2 - 3(-5) - 9}{-5} = \dfrac{44}{5}$

c) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{x^2 - 3}{\dfrac{x+3}{x}} = \dfrac{x^3 - 3x}{x+3}$ $\left(\dfrac{f}{g}\right)(-5) = \dfrac{(-5)^3 - 3(-5)}{-5+3} = 55$

Ejercicio 8:

Teniendo en cuenta que $f(x) = \sqrt{x^5}$ y $g(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$, halla el valor de las siguientes funciones en los puntos que se indican.

a) $(f \cdot g)(-4)$ b) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(-1)$

a) $(f \cdot g)(x) = \sqrt{x^5} \cdot \dfrac{x^2+3}{x+1}$

No existe $(f \cdot g)(-4)$, porque $\sqrt{(-4)^5}$ no es real por ser el radicando negativo.

b) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{\sqrt{x^5}}{\dfrac{x^2+3}{x+1}} = \dfrac{(x+1)\sqrt{x^5}}{x^2+3}$

No existe $\left(\dfrac{f}{g}\right)(-1)$, porque $\sqrt{(-1)^5}$ no es real por ser el radicando negativo.

Ejercicio 9:

Si $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = \dfrac{x}{x+1}$:

a) Determina $g \circ f$, $f \circ g$ y $g \circ g$.

b) Halla las funciones inversas de $f(x)$ y de $g(x)$, y comprueba que $f \circ f^{-1}$ y $g^{-1} \circ g$ dan la función identidad.

a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x+2) = \dfrac{3x+2}{3x+3}$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x}{x+1}\right) = 3 \cdot \frac{x}{x+1} + 2 = \frac{5x+2}{x+1}$$

$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1}+1} = \frac{x}{2x+1}$$

b) $y = 3x+2 \rightarrow x = \dfrac{y-2}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x-2}{3}$

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x-2}{3}\right) = 3 \cdot \frac{x-2}{3} + 2 = x$$

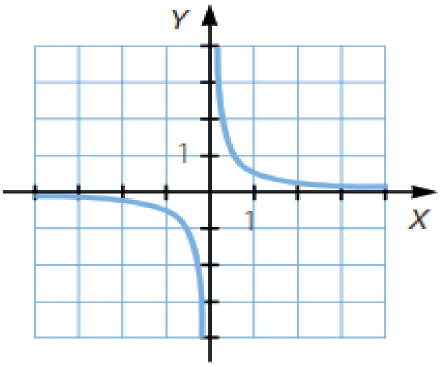
$$y = \frac{x}{x+1} \rightarrow xy + y = x \rightarrow x - xy = y \rightarrow x = \frac{y}{1-y} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$$

$$(g^{-1} \circ g)(x) = g^{-1}(g(x)) = g^{-1}\left(\frac{x}{1-x}\right) = \frac{\frac{x}{1-x}}{\frac{x}{1-x}+1} = \frac{x}{x+1-x} = x$$

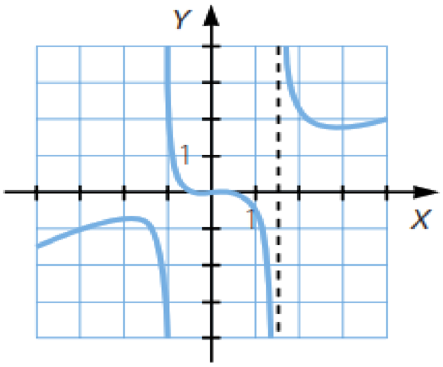
<u>Ejercicio 10</u>:

Estudia las características de las siguientes funciones.

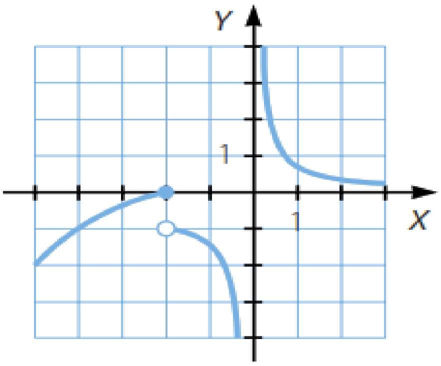
a)



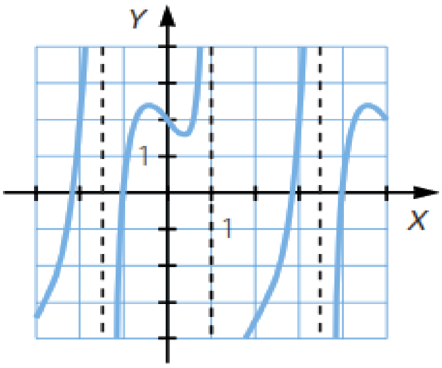
c)



b)



d)



a) Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$ Im $f = \mathbb{R} - \{0\}$

La función es decreciente en $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

No existen máximos ni mínimos relativos y absolutos.

Es convexa en $(-\infty, 0)$ y es cóncava en $(0, +\infty)$.

La función es simétrica respecto del origen de coordenadas.

No hay periodicidad.

b) Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$ Im $f = \mathbb{R}$

La función es creciente en $(-\infty, -2)$ y es decreciente en $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$.

No existen máximos ni mínimos relativos y absolutos.

Es convexa en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ y es cóncava en $(0, +\infty)$.

La función no es simétrica ni periódica.

c) Dom $f = \mathbb{R} - \left\{-1, \frac{3}{2}\right\}$ Im $f = \mathbb{R}$

La función es creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ y es decreciente en $(-2, -1) \cup \left(-1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right)$.

Existe un máximo relativo en $x = -2$ y un mínimo relativo en $x = 2$.

Es convexa en $(-\infty, -1) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right)$ y es cóncava en $(-1, 0) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.

La función no es simétrica ni periódica.

d) Dom $f = \mathbb{R} - \{-1{,}5; 1; 3{,}5\}$ Im $f = \mathbb{R}$

La función es creciente en $(-\infty; -1{,}5) \cup (-1{,}5; -0{,}5) \cup (0{,}5; 1) \cup (1; 3{,}5) \cup (3{,}5; 4{,}5)$ y es decreciente en $(-0{,}5; 0{,}5) \cup (4{,}5; +\infty)$.

Máximo relativo en $x = -0{,}5$ y en $x = 4{,}5$ y mínimo relativo en $x = 0{,}5$.

Es cóncava en $(-\infty; -1{,}5) \cup (0, 1) \cup (1; 3{,}5)$ y es convexa en $(-0{,}5; 0) \cup (3{,}5; 5)$.

La función no es simétrica ni periódica.

Ejercicio 11:

Estudia las simetrías de la función.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -f(x) \rightarrow$ La función es simétrica respecto del origen de coordenadas.

Ejercicio 12:

Halla la inversa de cada una de las siguientes funciones

a) $f(x) = 5x - 2$

Solución:

Escribimos la función como $y = 5x - 2$ y cambiamos x por y:
$x = 5y - 2$

Ahora despejamos y:
$x = 5y - 2 \Rightarrow y = \dfrac{x+2}{5}$

Por último, hacemos el cambio $y \equiv f^{-1}(x)$:
$f^{-1}(x) = \dfrac{x+2}{5}$

b) $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-1}$

Solución:

Escribimos la función como $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ y cambiamos x por y:

$$x = \frac{2y+3}{y-1}$$

Ahora despejamos y:
$x = \dfrac{2y+3}{y-1} \Rightarrow y = \dfrac{x+3}{x-2}$

Por último, hacemos el cambio $y \equiv f^{-1}(x)$:
$f^{-1}(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$

Ejercicio 13:

Estudia la simetría de cada una de las siguientes funciones

a) $f(x) = x^4 + x^2$

Solución:

- La simetría de una función puede ser:

b) Par o simétrica respecto al eje OY, cuando se cumple que $f(x)=f(-x)$

c) Impar o simétrica respecto al origen, cuando se cumple que $-f(x)=f(-x)$

d) No tener simetría, si no se dan ninguno de los dos casos anteriores.

- Estudio de la simetría par:

$f(x)=f(-x)\Rightarrow x^4+x^2=(-x)^4+(-x)^2\Rightarrow x^4+x^2=x^4+x^2$.

Conclusión:

La simetría es par. No hace falta seguir con el estudio, ya que las funciones no pueden tener dos tipos de simetría.

b) $f(x)=x^3-x$

Solución:

- Estudio de la simetría par:

$f(x)=f(-x)\Rightarrow x^3-x=(-x)^3-(-x)\Rightarrow x^3-x\neq -x^3+x$. Conclusión: La simetría no es par.

- Estudio de la simetría impar:

$-f(x)=f(-x)\Rightarrow -x^3+x=(-x)^3-(-x)\Rightarrow -x^3+x=-x^3+x$. Conclusión: La simetría es impar.

c) $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$

Solución:

- Estudio de la simetría par:

$f(x)=f(-x)\Rightarrow \dfrac{1}{2x-1}=\dfrac{1}{2(-x)-1}\Rightarrow \dfrac{1}{2x-1}\neq \dfrac{1}{-2x-1}$, luego la simetría no es par.

- Estudio de la simetría impar:

$-f(x)=f(-x)\Rightarrow -\dfrac{1}{2x-1}=\dfrac{1}{2(-x)-1}\Rightarrow \dfrac{1}{-2x+1}\neq \dfrac{1}{-2x-1}$, luego la simetría no es impar.

- conclusión final: La función no tiene simetría.

Ejercicio 14:

Las funciones f y g están definidas por:

$$f(x)=\frac{x-1}{3} \qquad \text{y} \qquad g(x)=\sqrt{x}.$$

Explica cómo, a partir de ellas, por composición, podemos obtener:

$$p(x)=\sqrt{\frac{x-1}{3}} \qquad \text{y} \qquad q(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{3}$$

Solución:

$$p(x)=(g\circ f)(x) \qquad q(x)=(f\circ g)(x)$$

Ejercicio 15:

Dadas las funciones $f(x)=2x^2-1$ y $g(x)=\sqrt{x}$, calcula :

a) $(f\circ g)(x)$

b) $(g\circ f)(x)$

Solución:

a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f\left[\sqrt{x}\right]=2\left(\sqrt{x}\right)^2-1=2x-1$

b) $(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g\left[2x^2-1\right]=\sqrt{2x^2-1}$

Ejercicio 16:

Considera las funciones f y g definidas por:

$$f(x)=\frac{x+1}{3} \text{ y } g(x)=x^2-1$$

Calcula:

a) $(f\circ g)(x)$

b) $(g\circ f)(x)$

Solución:

a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f\left[x^2-1\right]=\frac{x^2-1+1}{3}=\frac{x^2}{3}$

b) $(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g\left[\frac{x+1}{3}\right]=\left(\frac{x+1}{3}\right)^2-1=\frac{x^2+2x+1}{9}-1=\frac{x^2+2x+1-9}{9}=\frac{x^2+2x-8}{9}$

Ejercicio 17:

Las funciones f y g están definidas por $f(x)=\frac{x^2}{3}$ y $g(x)=x+1$. Calcula :

a) $(f\circ g)(x)$

b) $(g\circ g\circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x+1] = \dfrac{(x+1)^2}{3} = \dfrac{x^2+2x+1}{3}$

b) $(g \circ g \circ f)(x) = g[g[f(x)]] = g\left[g\left(\dfrac{x^2}{3}\right)\right] = g\left(\dfrac{x^2}{3}+1\right) = \dfrac{x^2}{3}+1+1 = \dfrac{x^2}{3}+2$

Ejercicio 18:

Sabiendo que:

$$f(x) = 3x^2 \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{1}{x+2}$$

Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones:

$$p(x) = \frac{3}{(x+2)^2} \qquad\qquad q(x) = \frac{1}{3x^2+2}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \qquad\qquad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Ejercicio 19:

Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

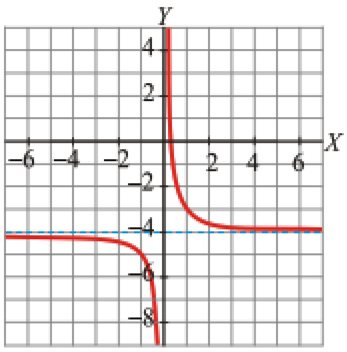
a) $y = \dfrac{1}{x+4}$

b) $y = \sqrt{x-2}$

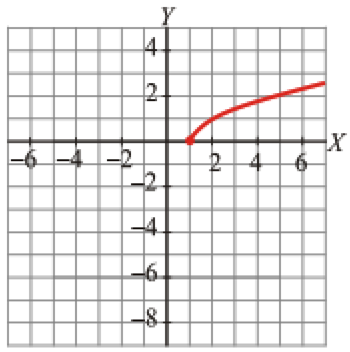
c) $y = \dfrac{1}{x} - 4$

d) $y = \sqrt{2-x}$

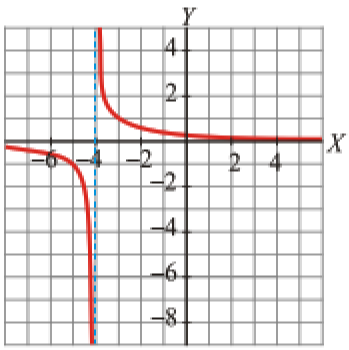
I)



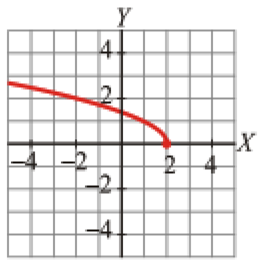
II)



III)



IV)



Solución:

a) III
b) II
c) I
d) IV

Ejercicio 20:

Asocia a cada gráfica su ecuación:

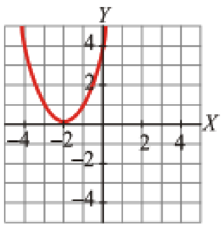
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x + 2)^2$

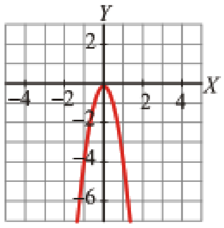
c) $y = -\frac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

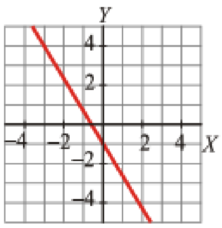
I)



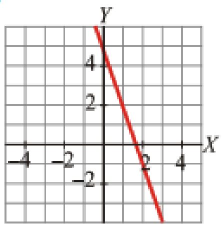
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV
b) I
c) III
d) II

Ejercicio 21:

Dadas las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x+2} \qquad\qquad g(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$$

calcula.

a) $(f+g)(5)$ c) $(f \cdot g)(0)$ e) $(f \cdot f)(2)$ g) $(g-f)(3)$ i) $\left(\frac{g}{f}\right)(-2)$

b) $(f-g)(3)$ d) $\left(\frac{f}{g}\right)(-2)$ f) $(g+f)(5)$ h) $(f + f \cdot g)(0)$ j) $f^2(2)$

a) $(f+g)(x)=\sqrt{x+2}+\dfrac{3}{x^2-1}$ $\qquad (f+g)(5)=\sqrt{7}+\dfrac{1}{8}$

b) $(f-g)(x)=\sqrt{x+2}-\dfrac{3}{x^2-1}$ $\qquad (f-g)(3)=\sqrt{5}-\dfrac{3}{8}$

c) $(f\cdot g)(x)=\dfrac{3\sqrt{x+2}}{x^2-1}$ $\qquad (f\cdot g)(0)=-3\sqrt{2}$

d) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)=\dfrac{(x^2-1)\sqrt{x+2}}{3}$ $\qquad \left(\dfrac{f}{g}\right)(-2)=0$

e) $(f\cdot f)(x)=x+2$ $\qquad (f\cdot f)(2)=4$

f) $(g+f)(x)=\dfrac{3}{x^2-1}+\sqrt{x+2}$ $\qquad (g+f)(5)=\dfrac{1}{8}+\sqrt{7}$

g) $(g-f)(x)=\dfrac{3}{x^2-1}-\sqrt{x+2}$ $\qquad (g-f)(3)=\dfrac{3}{8}-\sqrt{5}$

h) $(f+f\cdot g)(x)=\sqrt{x+2}+\dfrac{3\sqrt{x+2}}{x^2-1}$ $\qquad (f\cdot g)(0)=-2\sqrt{2}$

i) $\left(\dfrac{g}{f}\right)(x)=\dfrac{3}{(x^2-1)\sqrt{x+2}}$

$\left(\dfrac{g}{f}\right)(-2)$ no es real, porque el denominador de una fracción no puede ser igual a 0.

j) $(f^2)(x)=x+2$ $\qquad (f^2)(2)=4$

Ejercicio 22:

Comprueba con las funciones $f(x)=\sqrt{x+1}$ y $g(x)=3x-2$ que la composición de funciones no es conmutativa. Calcula el dominio de $f\circ g$ y de $g\circ f$.

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(3x-2)=\sqrt{3x-1}$

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g\left(\sqrt{x+1}\right)=3\sqrt{x+1}-2$

$(f\circ g)(x)\neq(g\circ f)(x)\rightarrow$ La composición de funciones no es conmutativa.

$\text{Dom}\,(f\circ g)=\left[\dfrac{1}{3},+\infty\right)$

$\text{Dom}\,(g\circ f)=[-1,+\infty)$

Ejercicio 23:

Explica de qué manera hay que componer las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2+4} \qquad g(x) = 5x+1 \qquad h(x) = \frac{2}{x+1}$$

para obtener las siguientes funciones.

a) $m(x) = 5\sqrt{x^2+4}+1$ b) $n(x) = 25x+6$ c) $p(x) = \frac{x+11}{x+1}$

a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\sqrt{x^2+4}\right) = 5\sqrt{x^2+4}+1 = m(x)$

b) $(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(5x+1) = 5(5x+1)+1 = 25x+6 = n(x)$

c) $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g\left(\frac{2}{x+1}\right) = \frac{10}{x+1}+1 = \frac{x+11}{x+1} = p(x)$

Ejercicio 24:

Calcula la función inversa de cada función.

a) $y = 2x+5$

b) $y = \frac{3-x}{2}$

c) $y = \sqrt[3]{2x-3}$

a) $y = 2x+5 \rightarrow x = \frac{y-5}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$

b) $y = \frac{3-x}{2} \rightarrow x = 3-2y \rightarrow f^{-1}(x) = 3-2x$

c) $y = \sqrt[3]{2x-3} \rightarrow x = \frac{y^3+3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^3+3}{2}$

Ejercicio 25:

El manual de usuario de un vehículo afirma que el ruido producido por el motor sigue aproximadamente la fórmula:

$$r = at^2 + 2{,}8t + 8$$

donde t es el número de años de antigüedad del vehículo; a es un número fijo, que se denomina coeficiente de atenuación, y r es el nivel de ruido, medido en decibelios.

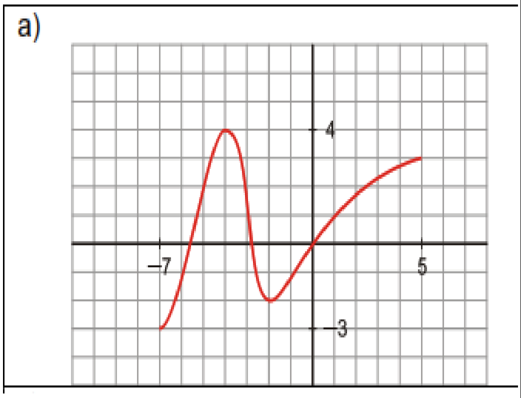
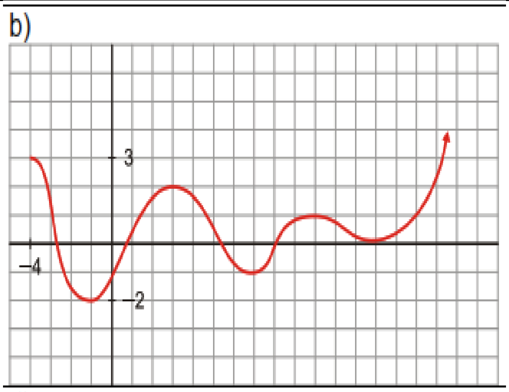
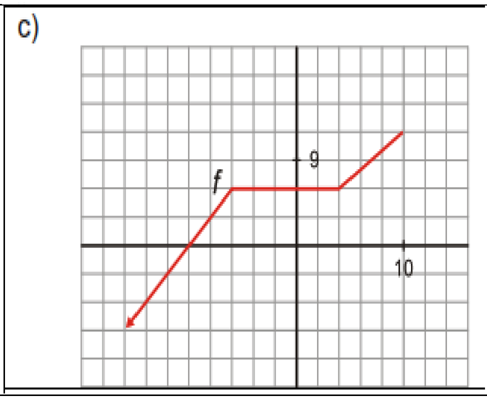
La semana pasada llevé mi vehículo a pasar la revisión de los cuatro años y en el informe figura que la medición fue de 27 decibelios. ¿Cuál es el coeficiente de atenuación? ¿Cuántos decibelios producirá a los ocho años?

$$27 = a \cdot 4^2 + 2{,}8 \cdot 4 + 8 \rightarrow 16a = 7{,}8 \rightarrow a = 0{,}4875$$

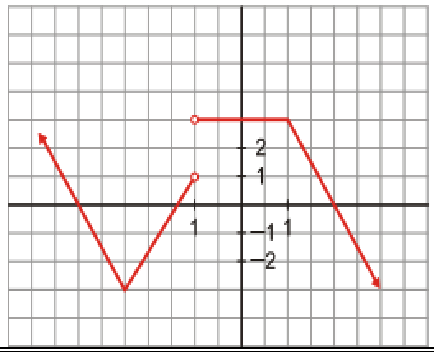
A los ocho años producirá: $r = 0{,}4875 \cdot 8^2 + 2{,}8 \cdot 8 + 8 = 61{,}6$ decibelios

<u>Ejercicio 26</u>:

Dada las gráficas de las siguientes funciones, estudia sus propiedades:

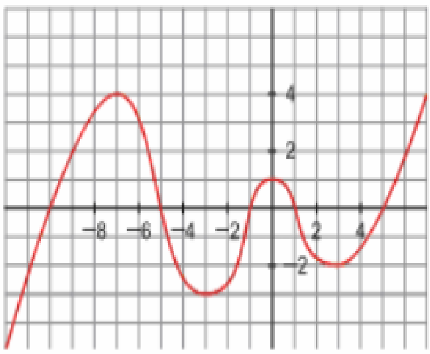
	a) *Dom f* = [−7, 5] Rec f = [-3,4] Puntos de corte con los ejes: OX: (-5,5;0); (-2,8,0), (0,0) OY: (0,0) Simetría: No es simétrica Continuidad: Continua en [-7,5] Tendencia y periodicidad: No tiene Monotonía: Creciente [-7,-4) ∪ (-2,5] ; Decreciente (-4,-2) Extremos relativos: Máximo relativo (-4,4) y Mínimo relativo (-2,-2) Extremos absolutos: Máximo absoluto (-4,4) y Mínimo absoluto (-7,-3) Curvatura: Cóncava (-6,-3) ∪ (0,5] y Convexa [-7,-6) ∪ (-3,0) Puntos de Inflexión: (-6,-1), (-3,2), (0,0)
	b) *Dom f* = [−4, ∞) Rec f = [-2,∞) Puntos de corte con los ejes: OX: (-2,7;0); (1,0), (5,5;0), (8,0), (13,0) y OY: (0;-1,2) Simetría: No es simétrica Continuidad: Continua en [-4,∞) Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a +∞, la función tiende a +∞ Monotonía: Creciente (-1,3) ∪ (7,10) ∪ (13,+∞) ; Decreciente [-4,-1) ∪ (3,7) ∪ (10,13) Extremos relativos: Máximos relativos (3,2), (10,1) y Mínimo relativo (-1,-2), (7,-1), (13,0) Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto (-1,-2) Curvatura: Cóncava [-4,-3) ∪ (0;5,2) ∪ (8,12) y Convexa (-3,0) ∪ (5,2;8) ∪ (12,+∞) Puntos de Inflexión: (-3;1,8), (5,2;0), (8,0), (12;0,8)
	c) *Dom f* = (-∞, 10] Rec f = (-∞,12] Puntos de corte con los ejes: OX: (-10,0) OY: (0,6) Simetría: No es simétrica Continuidad: Continua en (-∞,10] Tendencia y periodicidad: Cuando x tiene a -∞, la función tiene a -∞ Monotonía: Creciente (-∞,-6) ∪ (4,10] ; Constante (-6,4) Extremos relativos: No tiene Extremos absolutos: Máximo absoluto (10,12) y Mínimo absoluto no tiene Curvatura: No tiene Puntos de Inflexión: No tiene

d)



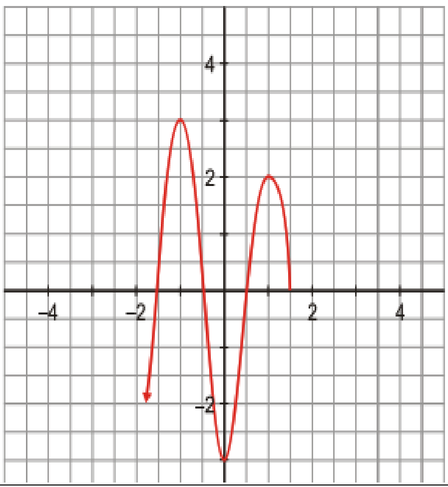
d) *Dom f* = $(-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$ = R – {-1}
Rec f = R
Puntos de corte con los ejes: OX: (-3,5;0), (-1,3;0), (2,0) OY: (0,3)
Simetría: No es simétrica
Continuidad: Continua en R – {-1}. En x = -1 es discontinua inevitable de salto finito (Salto 2)
Tendencia y periodicidad: Cuando la x tiende a $-\infty$ la función tiende a $+\infty$. Cuando la x tiende a $+\infty$, la función tiende a $-\infty$.
Monotonía: Creciente (-2,5;-1) ; Decreciente $(-\infty;-2{,}5) \cup (1,+\infty)$; Constante (-1,1)
Extremos relativos: Máximo relativo: No tiene y Mínimo relativo (-2,5;-3)
Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto: No tiene
Curvatura: No tiene
Puntos de Inflexión: No tiene

e)



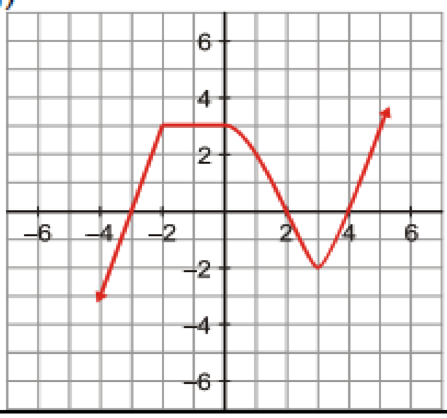
e) *Dom f* = R Rec f = R
Puntos de corte con los ejes: OX: (-10,0), (-5,0), (-1,0), (1,0), (5,0) y OY: (0,1)
Simetría: No es simétrica
Continuidad: Continua en R
Tendencia y periodicidad: Cuando la x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$. Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$
Monotonía: Creciente $(-\infty,-7) \cup (-3,0) \cup (3,+\infty)$; Decreciente $(-7,-3) \cup (0,3)$
Extremos relativos: Máximos relativos (-7,4), (0,1) y Mínimos relativos (-3,-3), (3,-2)
Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto: No tiene
Curvatura: Cóncava $(-\infty,-5) \cup (-1,1)$ y Convexa $(-5,-1) \cup (1,+\infty)$
Puntos de Inflexión: (-5,0), (-1,0), (1,0)

f)

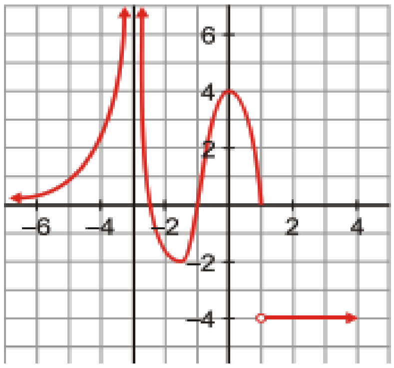
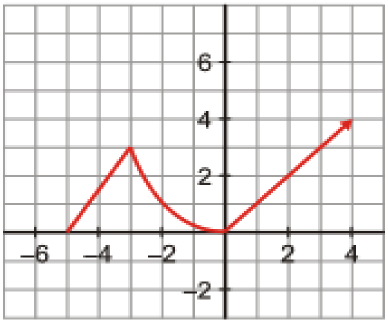


f) *Dom f* = $(-\infty;1{,}5]$
Rec f = $(-\infty,3]$
Puntos de corte con los ejes: OX: (-1,5;0), (-0,5;0), (0,5;0), (1,5;0) y OY: (0,-3)
Simetría: No es simétrica
Continuidad: Continua en $(-\infty;1{,}5]$
Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$
Monotonía: Creciente $(-\infty,-1) \cup (0,1)$; Decreciente $(-1,0) \cup (1;1{,}5]$
Extremos relativos: Máximos relativos (-1,3), (1,3) y Mínimo relativo (0,-3)
Extremos absolutos: Máximo absoluto: (-1,3) y Mínimo absoluto: No tiene
Curvatura: Cóncava $(-\infty,-0{,}5) \cup (0{,}5;1{,}5]$ y Convexa (-0,5;0,5)
Puntos de Inflexión: (-0,5;0), (0,5;0)

g)



g) *Dom f* = R
Rec f = R
Puntos de corte con los ejes: OX: (-3,0), (2,0), (4,0) y OY: (0,3)
Simetría: No es simétrica
Continuidad: Continua en R
Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$. Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$
Monotonía: Creciente $(-\infty,-2) \cup (3,+\infty)$; Constante (-2,0) ; Decreciente (0,3)
Extremos relativos: Máximos relativos: No tiene y Mínimo relativo (3,-2)
Extremos absolutos: No tiene
Curvatura: Cóncava (0,3) y Convexa $(3,+\infty)$
Puntos de Inflexión: (3,-2)

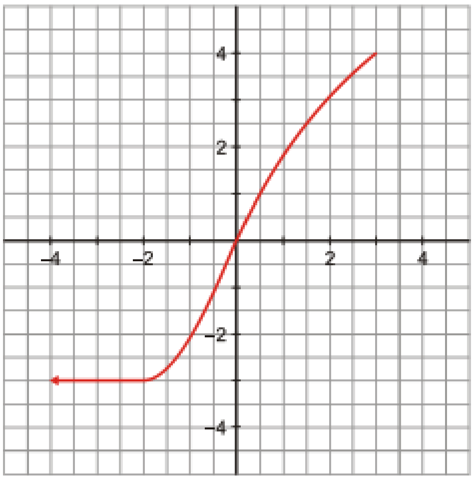
h) 	h) *Dom f* = R – {-3} Rec f = {-4} ∪ [-2,+∞) Puntos de corte con los ejes: OX: (-2,5;0); (-1,0), (1;0) y OY: (0,4) Simetría: No es simétrica Continuidad: Continua en R – {-3,1}. En x = -3 es discontinua inevitable de salto finito. En x = 1 es discontinua inevitable de salto finito (salto 4) Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a -∞, la función tiende a 0. Cuando x tiende a +∞, la función tiende a -4. Asíntotas: Asíntota vertical x = -3 (Se va al infinito). Asíntota horizontal y = 0 Monotonía: Creciente (-∞,-3) ∪ (-1,5,0) ; Constante (1,+∞) ; Decreciente (-3;-1,5) ∪ (0,1] Extremos relativos: Máximos relativos (0,4) y Mínimo relativo (-1,5;-2) Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto {(x,-4) / x ∈ (1,+∞)} Curvatura: Cóncava (-1,1) y Convexa (-∞,-3) ∪ (-3,-1) Puntos de Inflexión: (-1,0)
i) 	i) *Dom f* = [–5, ∞) Rec f = [0,∞) Puntos de corte con los ejes: OX: (-5,0), (0,0) OY: (0,0) Simetría: No es simétrica Continuidad: Continua en [-5,∞) Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a +∞, la función tiende a +∞ Monotonía: Creciente [-5,-3) ∪ (0,+∞) ; Decreciente (-3,0) Extremos relativos: Máximos relativos (-3,3) y Mínimo relativo (0,0) Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto (-5,0), (0,0) Curvatura: Convexa (-3,0) Puntos de Inflexión: No tiene

<u>Ejercicio 27</u>:

Una función, *f*, cumple las siguientes condiciones:

a) El dominio de definición son todos los valores de $x \le 3$.
b) Es continua en su dominio.
c) Crece en el intervalo $(-2, 3)$.
d) Pasa por los puntos $(0, 0)$, $(-2, -3)$ y $(3, 4)$.
e) Es constante para todos los valores de $x \le -2$.

Solución:

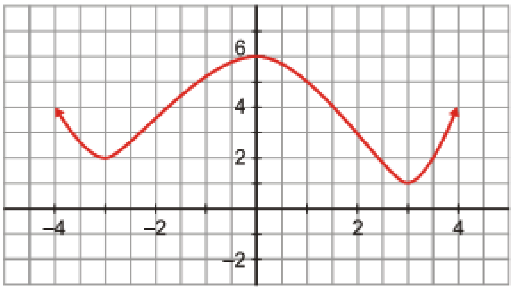


Ejercicio 28:

Representa gráficamente una función, f, que cumpla las siguientes condiciones:

a) Está definida en todo R
b) Es continua.
c) Corta al eje Y en (0, 6), pero no corta al eje X.
d) Crece en $(-3, 0)$ y $(3, +\infty)$. Decrece en $(-\infty, -3)$ y $(0, 3)$.
e) Su mínimo es (3, 1), y pasa por el punto $(-3, 2)$.

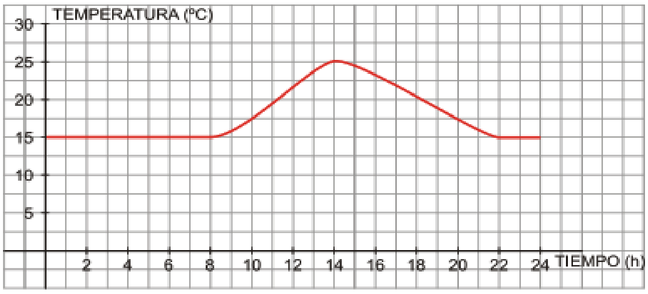
Solución:



Ejercicio 29:

Construye una gráfica que se ajuste al siguiente enunciado: A las 0 horas, la temperatura de una casa es de 15 ° C y, por la acción de un aparato que controla la temperatura, permanece así hasta las 8 de la mañana. En ese momento se enciende la calefacción y la temperatura de la casa va creciendo hasta que, a las 14:00 h, alcanza la temperatura máxima de 25 ° C. Paulatinamente, la temperatura disminuye hasta el momento en que se apaga la calefacción (a las 10 de la noche) volviendo a coincidir con la que había hasta las 8:00 horas.

Solución:



Ejercicio 30:

Construye una gráfica que corresponda a los ingresos anuales que obtienen unos grandes almacenes, sabiendo que: Durante los dos primeros meses del año, aumentan paulatinamente debido a las ofertas; desde marzo hasta junio los ingresos van disminuyendo alcanzando, en ese momento, el mínimo anual. En julio y agosto vuelven a crecer los ingresos, alcanzando el máximo del año en agosto. A partir de entonces se produce un decrecimiento que llega a coincidir, en diciembre, con los ingresos realizados al comienzo del año.

Solución: Esta es una posible gráfica que describe la situación anterior: