RELACIÓN 1 EJERCICIOS: DISTRIBUCIONES UNIDIMENSIONALES

Ejercicio 1:

La tabla adjunta muestra el número de faltas de asistencia en una clase a lo largo de un mes.

N.º de faltas	0	1	2	3	4	5
N.º de alumnos	10	7	6	2	1	4

Calcula la media aritmética y la moda.

Media aritmética: $\bar{x} = \dfrac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 4}{10 + 7 + 6 + 2 + 1 + 4} = \dfrac{49}{30} = 1{,}6$ faltas

Moda $= M_o = 0$ faltas

Ejercicio 2:

A partir de los datos, construye la tabla de frecuencias, y calcula e interpreta las medidas de centralización.

23	10	25	12	13	24	17	22
16	20	26	23	22	13	21	18
16	19	14	17	11	17	15	26

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
10	1	0,04	1	0,04
11	1	0,04	2	0,08
12	1	0,04	3	0,13
13	2	0,08	5	0,21
14	1	0,04	6	0,25
15	1	0,04	7	0,29
16	2	0,08	9	0,38
17	3	0,13	12	0,5
18	1	0,04	13	0,54
19	1	0,04	14	0,58
20	1	0,04	15	0,63
21	1	0,04	16	0,67
22	2	0,08	18	0,75
23	2	0,08	20	0,83
24	1	0,04	21	0,88
25	1	0,04	22	0,92
26	2	0,08	24	1
	$N = 24$	$\sum h_i = 1$		

$\overline{x} = \dfrac{440}{24} = 18{,}33$

$Mo = 17$ ya que el valor más frecuente es 17.

$Me = \dfrac{17 + 18}{2} = 17{,}5$

Hay tantos valores menores que 17,5 como mayores.

Ejercicio 3:

Estos son los pesos de los últimos 20 pacientes de una consulta médica. Organiza los siguientes datos en una tabla de frecuencias y calcula sus medidas de centralización.

42	51	56	66	75	47	51	45	63	79
69	59	50	70	59	62	54	60	63	58

Intervalos	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	F_i
[40, 50)	45	3	135	3
[50, 60)	55	8	440	11
[60, 70)	65	6	390	17
[70, 80)	75	3	225	20
		20	1.190	

Media: $\overline{x} = \dfrac{1.190}{20} = 59{,}5$

El intervalo modal es [50, 60).

El intervalo mediano, donde la frecuencia acumulada es mayor que 10, es [50, 60).

Ejercicio 4:

La siguiente tabla muestra los resultados de unos alumnos en la prueba de salto de longitud.

Salto (m)	**[2; 2,5)**	**[2,5; 3)**	**[3; 3,5)**	**[3,5; 4)**
N.º de alumnos	**6**	**12**	**15**	**4**

Halla la media aritmética y la moda.

Media aritmética: $\overline{x} = \dfrac{2{,}25 \cdot 6 + 2{,}75 \cdot 12 + 3{,}25 \cdot 15 + 3{,}75 \cdot 4}{6 + 12 + 15 + 4} = \dfrac{110{,}25}{37} = 2{,}98$ m

Moda: La clase modal es [3; 3,5), y tomaremos como valor aproximado de la moda la marca de la clase modal. Así, $M_o = 3{,}25$ m.

Ojo, ha tomado el valor medio, aunque lo suyo es calcular la moda con la fórmula:

$M_0 = L_i + \dfrac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{\left(f_{M_0} - f_{M_0-1}\right) + \left(f_{M_0} - f_{M_0+1}\right)} \cdot c = 3 + \dfrac{15-12}{(15-12)+(15-4)} \cdot 0{,}5 = 3 + \dfrac{3}{14} \cdot 0{,}5 \Rightarrow M_0 = 3{,}11$ que es más adecuada

Ejercicio 5:

Calcula la mediana y los cuartiles de la distribución estadística dada por esta tabla.

x_i	2	3	4	5	6
f_i	11	17	23	24	15

Primer cuartil. El número de datos es 90. La cuarta parte es 22,5. El primer cuartil es 3, ya que es el valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez la cuarta parte del número de datos. Por tanto, $Q_1 = 3$.

x_i	f_i	F_i
2	11	$11 < 22{,}5$
3	17	$28 > 22{,}5$
4	23	51
5	24	75
6	15	90

Mediana. El número de datos es 90. La mitad es 45. La mediana es 4, ya que es el valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez la mitad del número de datos. Por tanto, $M = 4$.

x_i	f_i	F_i
2	11	11
3	17	$28 < 45$
4	23	$51 > 45$
5	24	75
6	15	90

Tercer cuartil. Las tres cuartas partes del número de datos son 67,5. El tercer cuartil es 5, ya que es el valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez las tres cuartas partes del número de datos. Por tanto, $Q_3 = 5$.

x_i	f_i	F_i
2	11	11
3	17	28
4	23	$51 < 67{,}5$
5	24	$75 > 67{,}5$
6	15	90

Ejercicio 6:

Calcula la mediana, Q_1 y Q_3 de la siguiente distribución.

x_i	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)
f_i	12	16	17	11

Construimos la tabla de frecuencias absolutas y acumuladas:

x_i	f_i	F_i
[0, 10)	12	12
[10, 20)	16	28
[20, 30)	17	45
[30, 40)	11	56

Primer cuartil. El número de datos es 56. La cuarta parte del número de datos es 14. La clase que contiene al primer cuartil es [10, 20), ya que su frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez la cuarta parte del número de datos.

$$Q_1 = L_i + \frac{\frac{N}{4} - F_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} \cdot c = 10 + \frac{14-12}{16} \cdot 10 \Rightarrow Q_1 = 11,25$$

Mediana. El número de datos es 56. La mitad del número de datos es 28. La primera clase que supera 28 es [20,30), y así:

$$M_e = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{M_e-1}}{f_{M_e}} \cdot c = 20 + \frac{28-28}{17} \cdot 10 \Rightarrow M_e = 20$$

Tercer cuartil. Las tres cuartas partes del número de datos son 42. La clase que contiene al tercer cuartil es [20, 30), ya que su frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez las tres cuartas partes del número de datos.

$$Q_3 = L_i + \frac{\frac{3 \cdot N}{4} - F_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} \cdot c = 20 + \frac{42-28}{17} \cdot 10 \Rightarrow Q_3 = 28,24$$

<u>Ejercicio 7</u>:

La siguiente tabla indica el consumo, en m^3, de agua de los distintos hoteles de una ciudad. Halla las medidas de centralización.

Consumo	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)
N.º de hoteles	10	12	37	21

Consumo	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	F_i
[0, 5)	2,5	10	25	10
[5, 10)	7,5	12	90	22
[10, 15)	12,5	37	462,5	59
[15, 20)	17,5	21	367,5	80
		80	945	

Media: $\overline{x} = \frac{945}{80} = 11,81$

El intervalo modal es [10, 15).

El intervalo mediano, donde la frecuencia acumulada es mayor que 40, es [10, 15).

La media es: $\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{945}{80} = 11.81$

El intervalo modal es [10,15), y con la fórmula calculamos la moda:

$$M_0 = L_i + \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{\left(f_{M_0} - f_{M_0-1}\right) + \left(f_{M_0} - f_{M_0+1}\right)} \cdot c = 10 + \frac{37-12}{(37-12)+(37-21)} \cdot 5 = 10 + \frac{25}{41} \cdot 5 \Rightarrow M_o = 13,05$$

El intervalo mediano es aquel que supera en frecuencia absoluta acumulada $\frac{N}{2} = 40$, por lo que es [10,15). Ahora calculamos la mediana mediante la fórmula: $\mathrm{M_e} = \mathrm{L_i} + \frac{\frac{N}{2} - F_{M_e-1}}{f_{M_e}} \cdot c = 10 + \frac{40-22}{37} \cdot 5 \Rightarrow \mathrm{M_e} = 12,43$

Ejercicio 8:

Se realiza una encuesta a un grupo de 20 personas acerca del número de veces que acuden al cine a lo largo de un año, obteniéndose los siguientes resultados.

4, 2, 6, 8, 3, 4, 3, 5, 7, 1, 3, 4, 5, 7, 2, 2, 1, 3, 4, 5

a) Agrupa los datos en una tabla.

b) Halla la media, la moda, la mediana y el primer cuartil.

c) Calcula el rango, la varianza y la desviación típica.

(NOTA: El RANGO es lo mismo que el RECORRIDO)

d) Representa el diagrama de barras y el polígono de frecuencias de los datos.

a)

N.º películas x_i	N.º personas f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
1	2	2	2
2	3	6	12
3	4	12	36
4	4	16	64
5	3	15	75
6	1	6	36
7	2	14	98
8	1	8	64
	20	79	387

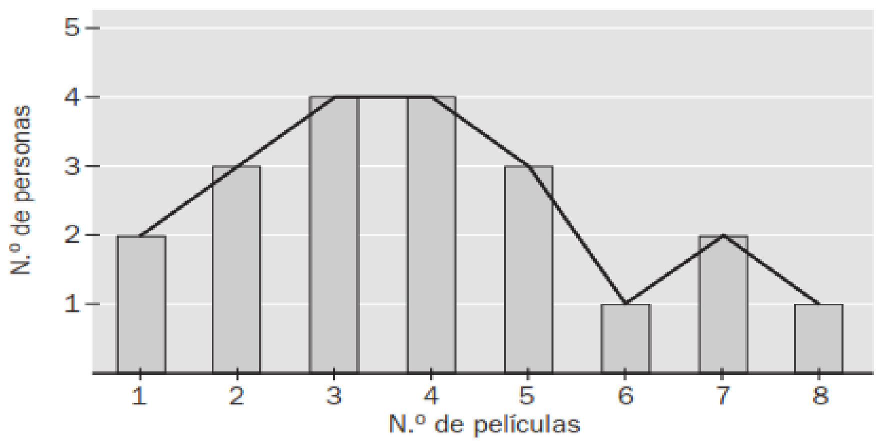
b) $\bar{x} = \frac{79}{20} = 3,95$

Es una distribución bimodal: $M_o = 3$; $M_o = 4$

$M = 4$ y $Q_1 = 3$

c) Rango $= 8 - 1 = 7$; $s^2 = \frac{387}{20} - 3,95^2 = 3,7475$; $s = \sqrt{3,7475} \approx 1,93$

d)



Ejercicio 9:

Calcula la media aritmética, la moda y la mediana en los siguientes datos.

a) 3, 5, 9, 5, 6, 6 y 8
b) 3, 5, 9, 5, 6, 2 y 12
c) 3, 5, 9, 5, 6, 6, 9 y 5
d) 3, 5, 9, 5, 6, 6, 7 y 7
e) 6, 8, 6, 8, 6, 8, 6 y 8

a) $\overline{x}=6$ $\quad Mo=5$ y 6 $\quad Me=6$
b) $\overline{x}=6$ $\quad Mo=5$ $\quad Me=5$
c) $\overline{x}=6$ $\quad Mo=5$ $\quad Me=5{,}5$
d) $\overline{x}=6$ $\quad Mo=5, 6$ y 7 $\quad Me=6$
e) $\overline{x}=7$ $\quad Mo=6$ y 8 $\quad Me=7$

Ejercicio 10:

La tabla muestra la edad de los alumnos de un taller de teatro.

Edad	16	17	18	19	20	21
f_i	4	15	7	2	1	1

Halla las medidas de centralización.

$\overline{x}=\frac{524}{30}=17{,}47$ $\quad Mo=17$ $\quad Me=17$

Ejercicio 11:

Las edades de los niños matriculados en un centro escolar son las que se muestran en la tabla.

Edad	6	7	8	9	10	11	12
f_i	22	36	40	24	16	12	10

Determina los percentiles 30, 40, 60, 70 y 80.

Edad	f_i	F_i
6	22	22
7	36	58
8	40	98
9	24	122
10	16	138
11	12	150
12	10	160

30 % de 160 = 48 $\rightarrow P_{30}=7$
40 % de 160 = 64 $\rightarrow P_{40}=8$
60 % de 160 = 96 $\rightarrow P_{60}=8$
70 % de 160 = 112 $\rightarrow P_{70}=9$
80 % de 160 = 128 $\rightarrow P_{80}=10$

Ejercicio 12:

Carmen ha anotado el nº de hermanos de los compañeros de su clase. Calcula:

a) La media aritmética
b) La moda

c) La mediana
d) Cuartil 3
e) Percentil 30
f) Recorrido o rango
g) La varianza
h) La desviación típica

N.º de hermanos	f_i
0	10
1	6
2	8
3	4
5	1
9	1
Total	30

Construimos la tabla de frecuencias ampliada:

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	10	0,33	10	0,33	0	0
1	6	0,20	16	0,53	6	6
2	8	0,27	24	0,80	16	32
3	4	0,13	28	0,93	12	36
5	1	0,03	29	0,97	5	25
9	1	0,03	30	1,00	9	81
TOTALES	N = 30	1			48	180

a) Media aritmética	b) Moda
$\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{N} = \dfrac{48}{30} = 1,6$	El valor más repetido es 0 con frecuencia absoluta 10 $M_0 = 0$
c) Mediana La mediana es el valor que primero supera a $\dfrac{N}{2} = 15$ en su frecuencia absoluta acumulada (F_i) y mirando en la tabla es: $M_e = 1$	d) Cuartil 3 Es aquel que supera a los tres cuartos de los datos en frecuencia absoluta acumulada: $\dfrac{3 \cdot N}{4} = 22,5$ y mirando en la tabla es: $Q_3 = 2$
e) Percentil 30 Será el primero que supere $\dfrac{30 \cdot N}{100} = 9$ en F_i. En este caso, $P_{30} = 0$	f) Recorrido o rango $R = 9 - 0 = 9$
g) Varianza Usemos la fórmula: $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2 = \dfrac{180}{30} - (1,6)^2 = 3,44$	h) Desviación típica Es la raíz cuadrada de la varianza: $\sigma = \sqrt{3,44} = 1,85$

Ejercicio 13:

Se ha pasado un test de 80 preguntas a 600 personas. El número de respuestas correctas se refleja en la siguiente tabla:

RESPUESTAS CORRECTAS	N.º DE PERSONAS
[0, 10)	40
[10, 20)	60
[20, 30)	75
[30, 40)	90
[40, 50)	105
[50, 60)	85
[60, 70)	80
[70, 80)	65

a) Calcula la media, moda, la mediana, el cuartil segundo, el decil cuarto y el percentil 85
b) La varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

Sol.:

Realizamos la tabla de frecuencias completa:

Intervalos	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0,10)	5	40	0,07	40	0,07	200	1000
[10,20)	15	60	0,10	100	0,17	900	13500
[20,30)	25	75	0,13	175	0,29	1875	46875
[30,40)	35	90	0,15	265	0,44	3150	110250
[40,50)	45	105	0,18	370	0,62	4725	212625
[50,60)	55	85	0,14	455	0,76	4675	257125
[60,70)	65	80	0,13	535	0,89	5200	338000
[70,80)	75	65	0,11	600	1,00	4875	365625
TOTALES		600	1			25600	1345000

a) Calculamos con los datos de la tabla:

Media: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{25600}{600} = 42,67$

Moda: La clase modal es [40,50) pues tiene la mayor frecuencia absoluta. La moda se calcula con la fórmula:

$$M_0 = L_i + \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{\left(f_{M_0} - f_{M_0-1}\right) + \left(f_{M_0} - f_{M_0+1}\right)} \cdot c = 40 + \frac{105-90}{(105-90)+(105-85)} \cdot 10 = 40 + \frac{15}{35} \cdot 10 = 44,29$$

Mediana: Consideramos $\frac{N}{2} = 300$ y el primer intervalo que lo supera en F_i es el intervalo [40,50). Ahora usamos la fórmula:

$$\mathrm{M_e} = \mathrm{L_i} + \frac{\frac{\mathrm{N}}{2} - \mathrm{F_{M_e-1}}}{\mathrm{f_{M_e}}} \cdot \mathrm{c} = 40 + \frac{300-265}{105} \cdot 10 \Rightarrow \mathrm{M_e} = 43,33$$

Cuartil segundo: Para el cuartil segundo se usa $\frac{2N}{4}=\frac{N}{2}=300$, es decir, coincide siempre con la mediana, por tanto: $Q_2 = M_e = 43,33$

Decil cuarto: Para el decil cuarto usamos $\frac{4N}{10}=240$. Mirando en la tabla, tenemos que el intervalo donde se encuentra es [30,40), y aplicamos la fórmula: $D_4 = L_i + \frac{\frac{4\cdot N}{10} - F_{D_4 -1}}{f_{D_4}} \cdot c = 30 + \frac{240-175}{90}\cdot 10 = 37,22$

Percentil 85: Usamos $\frac{85N}{100}=510$. Mirando en la tabla, tenemos que el intervalo donde se encuentra es [60,70), y aplicamos la fórmula: $P_{85} = L_i + \frac{\frac{85\cdot N}{100} - F_{P_{85}-1}}{f_{P_{85}}} \cdot c = 60 + \frac{510-455}{80}\cdot 10 = 66,88$

b) Calculamos con las fórmulas:

Varianza: $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1345000}{600} - (42,67)^2 = 420,94$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{420,94} = 20,52$

Coeficiente de variación: $CV = \frac{20,52}{42,67} = 0,48$

Ejercicio 14:

Las estaturas de los 40 alumnos de una clase vienen dadas en la siguiente tabla:

INTERVALOS	N.º DE ALUMNOS
158,5 - 163,5	1
163,5 - 168,5	5
168,5 - 173,5	11
173,5 - 178,5	14
178,5 - 183,5	6
183,5 - 188,5	3

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) Di el valor de la mediana y de los cuartiles.

a) $n = 40,\ \Sigma x = 6\,980 \rightarrow \bar{x} = 174{,}5$

$\Sigma x^2 = 1\,219\,370 \rightarrow \sigma = 5{,}83$

b) $Me = 174{,}6;\ Q_1 = 170{,}3;\ Q_2 = 178{,}1$

Ejercicio 15:

Una mina de carbón extrae mineral de dos calidades diferentes. La producción diaria, en toneladas, durante los últimos días ha sido la que se muestra en la tabla.

Día	Calidad *A*	Calidad *B*
16	12	4
17	10	6
18	9	9
19	13	3
20	12	6
23	10	7
24	11	9
25	10	10
26	9	12
27	11	8

a) Calcula la media aritmética y la desviación típica de la producción de cada tipo de carbón.

b) Determina el coeficiente de variación para decidir cuál de las dos variables es más dispersa.

a) $\bar{x}_A = \dfrac{107}{10} = 10{,}7$

$\sigma_A = \sqrt{\dfrac{1.161}{10} - 10{,}7^2} = \sqrt{1{,}61} = 1{,}27$

$\bar{x}_B = \dfrac{74}{10} = 7{,}4$ $\qquad \sigma_B = \sqrt{\dfrac{616}{10} - 7{,}4^2} = \sqrt{6{,}84} = 2{,}62$

b) $CV_A = \dfrac{1{,}27}{10{,}7} = 0{,}12$ $\qquad CV_B = \dfrac{2{,}62}{7{,}4} = 0{,}35$

La variable *carbón de calidad B* es más dispersa que la variable *carbón de calidad A*.

Ejercicio 16:

Se está estudiando los años que llevan funcionando las empresas informáticas en una ciudad.

Años	[0, 3)	[3, 6)	[6, 9)	[9, 12)	[12, 15)	[15, 18)
N.° de empresas	64	48	22	13	4	1

Halla cuánto tiempo, por término medio, lleva funcionando una empresa y sus medidas de dispersión.

$$\bar{x} = \frac{684}{152} = 4{,}5 \text{ años}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4.788}{152} - 4{,}5^2} = \sqrt{11{,}25} = 3{,}35$$

$$CV = \frac{3{,}35}{4{,}5} = 0{,}74$$

Ejercicio 17:

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de la serie.

12 24 16 18 14 10 15 20

$$\bar{x} = \frac{129}{8} = 16{,}125$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2.221}{8} - 16{,}125^2} = \sqrt{17{,}61} = 4{,}2$$

$$CV = \frac{4{,}2}{16{,}125} = 0{,}26$$

Ejercicio 18:

Se ha realizado un estudio con el fin de averiguar la cantidad de papel reciclado en toneladas de los distintos distritos y se han obtenido los siguientes resultados. 64, 65, 68, 67, 68, 67, 72, 74, 80, 74, 68, 74, 68, 72, 68, 65, 72, 67, 68, 85.

a) Halla la media y la desviación típica.

a)

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
64	1	64	4096
65	2	130	8450
67	3	201	13 467
68	6	408	27 744
72	3	216	15 552
74	3	222	16 428
80	1	80	6400
85	1	85	7225
	20	1406	99 362

$$\bar{x} = \frac{1406}{20} = 70{,}3; \; s = \sqrt{\frac{99\,362}{20} - 70{,}3^2} \approx 5{,}1$$

Ejercicio 19:

La siguiente tabla muestra las edades de las personas que acuden a un bibliobús de barrio solicitando préstamos de libros en un día cualquiera.

Edad	N.º de personas
[6, 8)	5
[8, 10)	12
[10, 12)	14
[12, 14)	13
[14, 16)	4
[16, 18)	2

a) Halla la media, la moda y el tercer cuartil.

b) Calcula la desviación típica.

c) Representa el histograma y el polígono de frecuencias.

a)

Marcas (x_i)	N.º personas (f_i)	F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
7	5	5	35	245
9	12	17	108	972
11	14	31	154	1694
13	13	44	169	2197
15	4	48	60	900
17	2	50	34	578
	50		560	6586

La media es: $\bar{x} = \dfrac{560}{50} = 11{,}2$ años.

La moda es: $M_o = 11$ años.

El tercer cuartil es: $Q_3 = 13$ años.

b) $s = \sqrt{\dfrac{6586}{50} - 11{,}2^2} \approx 2{,}5$

c)