RELACIÓN 1 EJERCICIOS: DISTRIBUCIONES IDIMENSIONALES

Ejercicio 1:

Considera estas variables bidimensionales, y escribe las variables unidimensionales correspondientes y tres pares de valores que las determinan.

a) Edad y sexo de los asistentes a un concierto.

b) Tamaño de un archivo informático y tiempo que se tarda en copiarlo.

a) $X \rightarrow$ Edad, en años, de los asistentes al concierto

$Y \rightarrow$ Sexo de los asistentes

(20, mujer) (25, hombre) (28, mujer)

b) $X \rightarrow$ Tamaño, en kb, del archivo informático

$Y \rightarrow$ Tiempo, en s, que se tarda en copiarlo

(220, 35) (158, 24) (285, 42)

Ejercicio 2:

En un estudio estadístico se han obtenido estos datos.

(1, 4) (1, 8) (2, 8) (3, 6) (3, 6)
(2, 6) (2, 4) (1, 8) (1, 6) (2, 8)

a) ¿Cuáles son las frecuencias absolutas conjuntas? ¿Y las marginales?

b) Determina las frecuencias relativas.

a)

Datos	Frecuencias absolutas conjuntas
(1, 4)	1
(1, 6)	1
(1, 8)	2
(2, 4)	1
(2, 6)	1
(2, 8)	2
(3, 6)	2

x_i	f_i
1	4
2	4
3	2

y_i	f_i
4	2
6	4
8	4

b)

Datos	Frecuencias relativas conjuntas
(1, 4)	0,1
(1, 6)	0,1
(1, 8)	0,2
(2, 4)	0,1
(2, 6)	0,1
(2, 8)	0,2
(3, 6)	0,2

x_i	f_i
1	0,4
2	0,4
3	0,2

y_i	f_i
4	0,2
6	0,4
8	0,4

Ejercicio 3:

Observa esta tabla de doble entrada.

a) ¿Cuál es la frecuencia absoluta conjunta del par (10, 200)? ¿Y la relativa conjunta de este par?

b) Indica las frecuencias marginales de 5 y 300.

Y \ X	5	10	15	Total
100	3	2	5	10
200	1	8	6	15
300	2	1	2	5
Total	6	11	13	30

a) La frecuencia absoluta conjunta es 8 y la relativa es $\frac{8}{30} = 0,27$.

b) La frecuencia absoluta marginal de 5 es 6 y la relativa es $\frac{6}{30} = 0,2$.

La frecuencia absoluta marginal de 300 es 5 y la relativa es $\frac{5}{30} = 0,17$.

Ejercicio 4:

Ordena estos datos en una tabla de doble entrada.

X	Y
0	18
0	12
1	7
2	8

X	Y
1	14
2	23
1	17
2	8

a) ¿Hay pares de datos que tengan la misma frecuencia absoluta conjunta?

b) Indica las frecuencias marginales de la variable *X*.

Y \ X	0	1	2	Total
7	0	1	0	1
8	0	0	2	2
12	1	0	0	1
14	0	1	0	1
17	0	1	0	1
18	1	0	0	1
23	0	0	1	1
Total	2	3	3	8

a) Todos los pares tienen la misma frecuencia absoluta conjunta salvo el (2, 8).

b)

x_i	f_i
0	2
1	3
2	3

Ejercicio 5:

Construye la tabla de doble entrada y las tablas marginales correspondientes.

X	16	17	18	16	14	17	14	13	14	15
Y	5	4	6	6	8	3	5	4	8	8

Y \ X	13	14	15	16	17	18	Total
3	0	0	0	0	1	0	1
4	1	0	0	0	1	0	2
5	0	1	0	1	0	0	2
6	0	0	0	1	0	1	2
8	0	2	1	0	0	0	3
Total	1	3	1	2	2	1	10

Tabla de frecuencias marginales de X

x_i	f_i
13	1
14	3
15	1
16	2
17	2
18	1
Total	10

Tabla de frecuencias marginales de Y

y_i	f_i
3	1
4	2
5	2
6	2
8	3
Total	10

Ejercicio 6:

La siguiente tabla proporciona la distribución conjunta de frecuencias absolutas de la variable X, que representa el número de tarjetas de crédito que posee una persona, y la variable Y, que representa el número de compras semanales realizadas con tarjeta de crédito.

Y \ X	1	2	3	4
1	20	16	2	0
2	10	4	6	0
3	8	2	8	4

a) Calcula las distribuciones marginales. ¿Cuántas personas tienen más de tres tarjetas?

b) ¿Cuál es el número más frecuente de tarjetas de crédito?

c) ¿Cuántas personas realizan dos o menos de dos compras semanales?

d) ¿Cuál es la media y la varianza del número de tarjetas que posee una persona?

e) ¿Cuál es la media y la varianza del número de compras semanales realizadas con tarjeta?

Construimos las siguientes tablas:

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
1	38	38	38
2	22	44	88
3	16	48	144
4	4	16	64
	80	146	334

y_i	f_i	$y_i f_i$	$y_i^2 f_i$
1	38	38	38
2	20	40	80
3	22	66	198
	80	146	316

a) Cuatro personas tienen más de tres tarjetas.

b) El número más frecuente de tarjetas de crédito es 1.

c) 20 + 38 = 58 personas realizan más de dos compras semanales.

d) $\bar{x} = \dfrac{146}{80} = 1{,}825$ tarjetas $\qquad s_X^2 = \dfrac{334}{80} - 1{,}825^2 = 0{,}84 \qquad s_x = 0{,}92$

e) $\bar{y} = \dfrac{144}{80} = 1{,}8$ compras $\qquad s_Y^2 = \dfrac{316}{80} - 1{,}8^2 = 0{,}71 \qquad s_Y = 0{,}84$

Ejercicio 7:

La siguiente tabla muestra las calificaciones obtenidas por cinco alumnos en Bachillerato (X) y en las PAU (Y).

Bachillerato	5,4	6,8	5,3	7,4	4,3
PAU	5,8	4,8	5,9	7,4	4,2

A partir de ella, calcula:

a) Las medias y las varianzas de X y de Y.

b) La covarianza de (X, Y).

Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
5,4	5,8	29,16	33,64	31,32
6,8	4,8	46,24	23,04	32,64
5,3	5,9	28,09	34,81	31,27
7,4	7,4	54,76	54,76	54,76
4,3	4,2	18,49	17,64	18,06
29,2	28,1	176,74	163,89	168,05

a) $\bar{x} = \dfrac{29,2}{5} = 5,84 \qquad s_X^2 = \dfrac{176,74}{5} - 5,84^2 = 1,2424$

$\bar{y} = \dfrac{28,1}{5} = 5,62 \qquad s_Y^2 = \dfrac{163,89}{5} - 5,62^2 = 1,1936$

b) $S_{XY} = \dfrac{168,05}{5} - 5,84 \cdot 5,62 = 0,7892$

Ejercicio 8:

En un depósito cilíndrico la altura del agua que contiene varía conforme pasa el tiempo según la siguiente tabla:

Tiempo (h)	8	22	27	33	50	70
Altura (m)	17	14	12	11	6	1

Halla:

a) Las medias de X y de Y.

b) Las varianzas de X y de Y.

c) La covarianza de (X, Y)

Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
8	17	64	289	136
22	14	484	196	308
27	12	729	144	324
33	11	1089	121	363
50	6	2500	36	300
70	1	4900	1	70
210	61	9766	787	1501

a) $\bar{x} = \dfrac{210}{6} = 35$

$\bar{y} = \dfrac{61}{6} = 10,17$

b) $s_X^2 = \dfrac{9766}{6} - 35^2 = 402,67$

$s_Y^2 = \dfrac{787}{6} - 10,17^2 = 27,74$

c) $S_{XY} = \dfrac{1501}{6} - 35 \cdot 10,17 = -105,78$

Ejercicio 9:

Si el signo de la covarianza entre dos variables es negativa, ¿qué podemos decir del signo del coeficiente de correlación?

¿Y si la covarianza es positiva?

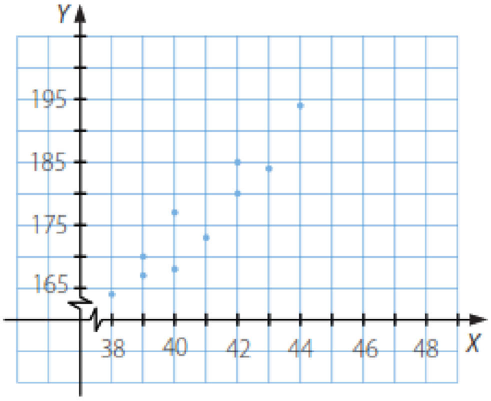
Si la covarianza es negativa, el coeficiente de correlación es negativo.
Y si la covarianza es positiva, el coeficiente de correlación es también positivo.

Ejercicio 10:

Representa el diagrama de dispersión y halla el coeficiente de correlación de esta variable.

X	39	43	40	40	42	41	42	38	39	44
Y	167	184	177	168	185	173	180	164	170	194

¿Qué relación puedes describir entre ellos?



$$\overline{x} = \frac{408}{10} = 40{,}8 \qquad \overline{y} = \frac{1.762}{10} = 176{,}2$$

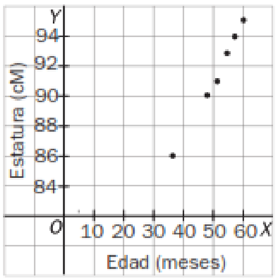
$$\sigma_X = \sqrt{3{,}36} = 1{,}83 \qquad \sigma_Y = \sqrt{81{,}96} = 9{,}05$$

$$\sigma_{XY} = \frac{72.046}{10} - 40{,}8 \cdot 176{,}25 = 13{,}6 \qquad r_{XY} = \frac{13{,}6}{1.83 \cdot 9.05} = 0{,}82$$

Ejercicio 11:

. La tabla adjunta expresa los valores de la variable bidimensional edad, en meses, y estatura, en centímetros, de una niña entre los 3 y los 5 años. Representa la nube de puntos de esta variable e indica la relación existente entre la edad y la estatura.

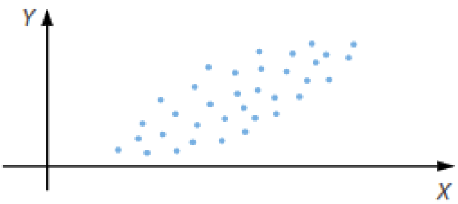
Edad (meses)	36	48	51	54	57	60
Estatura (cm)	86	90	91	93	94	95



Según se observa en el diagrama de dispersión, existe una correlación lineal positiva fuerte.

Ejercicio 12:

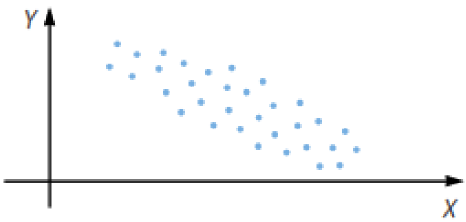
Indica la dependencia entre estas variables.



Dependencia lineal débil y positiva.

Ejercicio 13:

Describe el grado de correlación entre las dos variables representadas.



La correlación lineal es débil y negativa.

Ejercicio 14:

Determina la covarianza para los datos que aparecen en la siguiente tabla.

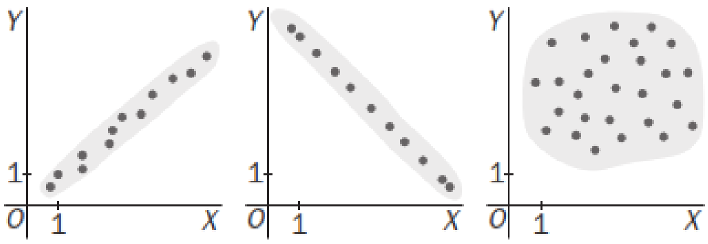
X	8	10	11	9	13	12	9	14
Y	20	18	16	22	10	10	21	9

$$\overline{x} = \frac{86}{8} = 10{,}75 \qquad \overline{y} = \frac{126}{8} = 15{,}75$$

$$\sigma_{XY} = \frac{1.279}{8} - 10{,}75 \cdot 15{,}75 = -9{,}44$$

Ejercicio 15:

. Los números 0, 0,8 y 1 son los valores absolutos del coeficiente de correlación de las distribuciones bidimensionales cuyas nubes de puntos se adjuntan:



Asigna a cada diagrama su coeficiente de correlación, cambiando el signo cuando sea necesario.

Primero: 0,8
Segundo: −1
Tercero: 0

Ejercicio 16:

(PAU) Los resultados de los exámenes de Inglés (X) y Matemáticas (Y) de 8 alumnos han sido los siguientes:

X	8	9	8,5	7	7	7,5	7,5	6,5
Y	7	7,5	8	6	6,5	7	6,5	2

a) Halla el coeficiente de correlación de las calificaciones en Inglés y Matemáticas de los siete primeros alumnos.

b) Calcula el coeficiente de correlación de esas dos variables para los ocho alumnos.

c) Explica la diferencia entre los resultados obtenidos.

a) Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
8	7	64	49	56
9	7,5	81	56,25	67,5
8,5	8	72,25	64	68
7	6	49	36	42
7	6,5	49	42,25	45,5
7,5	7	56,25	49	52,5
7,5	6,5	56,25	42,25	48,75
54,5	48,5	427,75	338,75	380,25

$$\bar{x} = \frac{54,5}{7} = 7,79 \qquad \bar{y} = \frac{48,5}{7} = 6,93$$

$$s_X^2 = \frac{427,75}{7} - 7,79^2 = 0,42 \qquad s_X = \sqrt{0,42} = 0,65$$

$$s_Y^2 = \frac{338,75}{7} - 6,93^2 = 0,37 \qquad s_Y = \sqrt{0,37} = 0,61$$

$$S_{XY} = \frac{380,25}{7} - 7,79 \cdot 6,93 = 0,34$$

$$r = \frac{S_{XY}}{s_X s_Y} = \frac{0,34}{0,65 \cdot 0,61} = 0,86$$

b) Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
8	7	64	49	56
9	7,5	81	56,25	67,5
8,5	8	72,25	64	68
7	6	49	36	42
7	6,5	49	42,25	45,5
7,5	7	56,25	49	52,5
7,5	6,5	56,25	42,25	48,75
6,5	2	42,25	4	13
61	50,5	470	342,75	393,25

$$\bar{x} = \frac{61}{8} = 7,635 \qquad \bar{y} = \frac{50,5}{8} = 6,4125$$

$$s_X^2 = \frac{470}{8} - 7,625^2 = 0,61 \qquad s_X = \sqrt{0,61} = 0,78$$

$$s_Y^2 = \frac{342,75}{8} - 6,3125^2 = 3 \qquad s_Y = \sqrt{3} = 1,73$$

$$S_{XY} = \frac{393,25}{8} - 7,625 \cdot 6,3125 = 1,02$$

$$r = \frac{S_{XY}}{s_X s_Y} = \frac{1,02}{0,78 \cdot 1,73} = 0,76$$

c) Mientras que los siete primeros alumnos tienen una nota pareja en las dos materias, el último no.

<u>Ejercicio 17</u>:

(PAU) En cierto país, el tipo de interés y el índice de la Bolsa en los seis últimos meses vienen dados por la siguiente tabla.

Tipo de interés (%)	8	7,5	7,2	6	5,5	5
Índice	120	130	134	142	150	165

Halla el índice previsto de la Bolsa en el séptimo mes, suponiendo que el tipo de interés en ese mes fue del 4,1%, y analiza la fiabilidad de la predicción, según el valor del coeficiente de correlación.

Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
8	120	64	14 400	960
7,5	130	56,25	16 900	975
7,2	134	51,84	17 956	964,8
6	142	36	20 164	852
5,5	150	30,25	22 500	825
5	165	25	27 225	825
39,2	841	263,34	119 145	4501,8

$$\bar{x} = \frac{39,2}{6} = 6,53 \qquad \bar{y} = \frac{841}{6} = 140,17$$

$$s_X^2 = \frac{263,34}{6} - 6,53^2 = 1,25 \qquad s_X = \sqrt{1,2491} = 1,12$$

$$s_Y^2 = \frac{119\,145}{6} - 140,17^2 = 209,8711 \qquad s_Y = \sqrt{209,8711} = 14,48$$

$$S_{XY} = \frac{5401,8}{6} - 6,53 \cdot 140,17 = -15,01$$

La recta de regresión de Y sobre X es: $y - 140{,}17 = \frac{-15{,}01}{1{,}25}(x - 6{,}53) \Rightarrow y = -12{,}008x + 218{,}58$.

$y = -12{,}008 \cdot 4{,}1 + 218{,}58 = 169{,}35$ es el índice de Bolsa esperado para el siguiente mes.

Como $r = \frac{S_{XY}}{s_X s_Y} = \frac{-15{,}01}{1{,}12 \cdot 14{,}48} = -0{,}93$, el resultado obtenido es fiable.

Ejercicio 18:

Halla la recta de regresión de Y sobre X.

X	2	5	6	8	9
Y	4	13	16	22	25

$\overline{x} = \frac{30}{5} = 6$ $\qquad$ $\overline{y} = \frac{80}{5} = 16$

$\sigma_X^2 = \frac{30}{5} = 6$ $\qquad$ $\sigma_{XY} = \frac{570}{5} - 6 \cdot 16 = 18$

Recta de regresión de Y sobre X: $y - 16 = \frac{18}{6}(x - 6) \rightarrow y = 3x - 2$

Ejercicio 19:

Se hizo una prueba a 10 estudiantes para ver la relación que había entre la expresión oral (X) y la destreza manual (Y), obteniéndose la siguiente tabla.

X	8	7	6	5	4	3	7	6	9	5
Y	5	5	6	7	8	7	4	5	3	5

a) Calcula razonadamente la media y la desviación típica de X.

b) Calcula razonadamente la media y la desviación típica de Y.

c) ¿Qué distribución está más dispersa? Justifica la respuesta.

d) Calcula el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.

Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
8	5	64	25	40
7	5	49	25	35
6	6	36	36	36
5	7	25	49	35
4	8	16	64	32
3	7	9	49	21
7	4	49	16	28
6	5	36	25	30
9	3	81	9	27
5	5	125	25	25
60	55	390	323	309

a) $\bar{x} = \dfrac{60}{10} = 6$ $\quad s_X^2 = \dfrac{390}{10} - 6^2 = 3$ $\quad s_X = 1{,}73$

b) $\bar{y} = \dfrac{55}{10} = 5{,}5$ $\quad s_Y^2 = \dfrac{323}{10} - 6^2 = 2{,}05$ $\quad s_Y = 1{,}43$

c) Como la desviación típica de X es mayor que la desviación típica de Y, está más dispersa la distribución de X.

d) $s_{xy} = \dfrac{309}{10} - 6 \cdot 5{,}5 = -2{,}1$ $\quad r = \dfrac{s_{xy}}{s_x s_y} = \dfrac{-2{,}1}{1{,}73 \cdot 1{,}43} = -0{,}85$

La correlación es inversa: a mejor expresión oral, peor destreza manual.

Ejercicio 20:

Los datos siguientes corresponden a la altura sobre el nivel del mar (X) y la presión atmosférica (Y) de siete puntos.

X	11	14	16	15	16	18	20	21	14	20	19	11
Y	2	3	5	6	5	3	7	10	6	10	5	6

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.

b) ¿Qué presión atmosférica habría sobre Peña Vieja (2600 metros de altitud aproximadamente)?

a) Formamos la tabla siguiente:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
0	760	0	577 600	0
184	745	33 856	555 025	137 080
231	740	53 361	547 600	170 940
481	720	231 361	518 400	346 320
730	700	532 900	490 000	511 000
911	685	829 921	469 225	624 035
1550	650	2 402 500	422 500	1 007 500
4087	5000	390	3 580 350	2 796 875

$\bar{x} = \dfrac{4087}{7} = 583{,}86$ $\quad \bar{y} = \dfrac{5000}{7} = 714{,}29$

$s_x^2 = \dfrac{4\,083\,899}{7} - 583{,}86^2 = 242\,521{,}64$

$s_{xy} = \dfrac{2\,796\,875}{7} - 583{,}86 \cdot 714{,}29 = -17\,491{,}79$

Recta de regresión de la presión respecto de la altura:

$$y - 714{,}29 = -\frac{17\,491{,}79}{242\,521{,}64}(x - 583{,}86)$$

$$y = -0{,}07x + 755{,}16$$

b) Para saber qué presión atmosférica habrá en Peña Vieja, que se encuentra situada a 2600 m de altitud, sustituiremos en la ecuación anterior $x = 2600$.

$$y = -0{,}07 \cdot 2600 + 755{,}16 = 573{,}16 \text{ mm de mercurio}$$

Ejercicio 21:

Cinco niñas de 2, 3, 5, 7 y 8 años de edad pesan, respectivamente, 14, 20, 32, 42 y 44 kilos.

a) Halla la ecuación de la recta de regresión de edad sobre el peso.

b) ¿Cuál sería el peso aproximado de una niña de 6 años?

a) Formamos la tabla:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
2	14	4	196	28
3	20	9	400	60
5	32	25	1024	160
7	42	49	1764	294
8	44	64	1936	352
60	152	151	5320	894

$\bar{x} = \frac{25}{5} = 5$

$\bar{y} = \frac{152}{5} = 30,4$

$s_x^2 = \frac{151}{5} - 5^2 = 5,2$

$s_y^2 = \frac{5320}{5} - 30,4^2 = 139,84$

$s_{xy} = \frac{894}{5} - 5 \cdot 30,4 = 26,8$

Recta de regresión de X sobre Y:

$x - 5 = \frac{26,8}{139,84}(y - 30,4)$

$x = 0,19y - 0,78$

b) Recta de regresión de Y sobre X: $y - 30,4 = \frac{26,8}{139,84}(x - 5)$; $y = 5,15x + 4,65$.

A una niña de 6 años le corresponde un peso de: $y = 5,15 \cdot 6 + 4,65 = 35,55$ kg.

Ejercicio 22:

En un estudio sobre los ingresos mensuales, X, y la superficie de las viviendas, Y, resulta: $y = 0,02x + 47,96$.

a) Halla la estimación de la superficie de la vivienda de una familia cuyos ingresos mensuales son de 3.200 €.

b) Si una familia vive en una casa de 90 m^2, ¿cuáles serán sus ingresos mensuales?

a) $y = 0,02 \cdot 3.200 + 47,96 = 111,96$ m^2

b) $0,02x + 47,96 = 90 \rightarrow x = 2.102$ €

Ejercicio 23:

Estudia la correlación entre estas variables, utilizando la calculadora para realizar las operaciones.

X	14	16	17	14	15	12	13	13	14	16
Y	32	34	36	34	32	34	31	36	38	32

Determina la recta de regresión y razona si tiene sentido estimar el valor de Y si la variable X toma el valor 18.

$\overline{x} = 14,4$ $\quad \overline{y} = 33,9$

$\sigma_X^2 = 2,24$ $\quad \sigma_Y^2 = 4,49$

$\sigma_X = 2,11$ $\quad \sigma_Y = 2,12$

$\sigma_{XY} = 0,14$

$r_{XY} = 0,03$

Recta de regresión de Y sobre X: $y - 33,9 = \frac{0,14}{2,24}(x - 14,4) \rightarrow y = 0,06x + 33$

Como la correlación es casi nula, no tiene sentido estimar el valor de y para $x = 18$.

Ejercicio 24:

Dada la distribución bidimensional:

X	5	6,5	8	4	3
Y	4,5	7	7,5	5	3,5

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal, interpretando el resultado.

b) Determina la recta de regresión de Y sobre X.

c) Determina la recta de regresión de X sobre Y.

d) Halla el punto en que se cortan las dos rectas.

Formamos la tabla siguiente:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
5	4,5	25	20,25	22,5
6,5	7	42,25	49	45,5
8	7,5	64	56,25	60
4	5	16	25	20
3	3,5	9	12,25	10,5
26,5	27,5	156,25	162,75	158,5

$$\bar{x} = \frac{26{,}5}{5} = 5{,}3$$

$$s_x^2 = \frac{156{,}25}{5} - 5{,}3^2 = 3{,}16$$

$$s_x = \sqrt{3{,}16} = 1{,}78$$

$$\bar{y} = \frac{27{,}5}{5} = 5{,}5$$

$$s_y^2 = \frac{162{,}75}{5} - 5{,}5^2 = 2{,}3$$

$$s_y = \sqrt{2{,}3} = 1{,}52$$

$$s_{xy} = \frac{158{,}5}{5} - 5{,}3 \cdot 5{,}5 = 2{,}55$$

a) $r = \dfrac{2{,}55}{1{,}78 \cdot 1{,}52} = 0{,}95$. Al ser positivo y próximo a la unidad, se trata de una correlación fuerte y positiva.

b) $y - 5{,}5 = \dfrac{2{,}55}{3{,}16}(x - 5{,}3) \qquad y = 0{,}81x + 1{,}2$

c) $x - 5{,}3 = \dfrac{2{,}55}{2{,}3}(y - 5{,}5) \qquad x = 1{,}11y - 0{,}81$

d) El punto donde se cortan las dos rectas es el $(\bar{x}, \bar{y})$, es decir: (5,3; 5,5).

Ejercicio 25:

La tabla siguiente expresa el porcentaje de alcohol en sangre de 6 conductores y los segundos que tardan en reaccionar:

% de alcohol	0,08	0,11	0,12	0,14	0,15	0,16
Tiempo de reacción, en segundos	0,38	0,41	0,61	0,44	0,52	0,64

a) ¿Qué tipo de dependencia existe entre estas variables?

b) Estima cuál será el tiempo de reacción cuando el porcentaje de alcohol en sangre sea igual a 0,25.

a) Calculamos el coeficiente de correlación lineal.

Formamos la tabla siguiente:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
0,08	0,38	0,0064	0,1444	0,0304
0,11	0,41	0,0121	0,1681	0,0451
0,12	0,61	0,0144	0,3721	0,0732
0,14	0,44	0,0196	0,1936	0,0616
0,15	0,52	0,0225	0,2704	0,078
0,16	0,64	0,0256	0,4096	0,1024
0,76	3	0,1006	1,5582	0,3907

$\bar{x} = \frac{0,76}{6} = 0,127$ $\bar{y} = \frac{3}{6} = 0,5$

$s_x^2 = \frac{0,1006}{6} - 0,127^2 = 0,0009$ $s_x = \sqrt{0,0009} = 0,03$

$s_y^2 = \frac{1,5582}{6} - 0,5^2 = 0,0097$ $s_y = \sqrt{0,0097} = 0,098$

$s_{xy} = \frac{0,3907}{6} - 0,127 \cdot 0,5 = 0,0016$ $r = \frac{0,0016}{0,03 \cdot 0,098} = 0,54$

Por tanto, la dependencia es positiva y débil.

b) Recta de regresión de Y sobre X: $y - 0,5 = \frac{0,0016}{0,0009}(x - 0,127)$ $y = 1,78x + 0,27$

Para $x = 0,25 \Rightarrow y = 1,78 \cdot 0,25 + 0,27 = 0,715$ Luego el tiempo de reacción en segundos es 0,715.

Ejercicio 26:

La tabla siguiente muestra la altitud en metros y la temperatura en grados centígrados a medida que se asciende en una montaña.

Altitud (m)	1000	1100	1200	1300	1400	1500
Temperatura (°C)	12,5	11	10	9,8	8,5	8

a) ¿Qué tipo de dependencia existe entre estas variables?

b) Estima a qué altitud se alcanzarán los cero grados.

a) Calculamos el coeficiente de correlación lineal.

Formamos la tabla siguiente:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1000	12,5	1000000	156,25	12500
1100	11	1210000	121	12100
1200	10	1440000	100	12000
1300	9,8	1690000	96,04	12740
1400	8,5	1960000	72,25	11900
1500	8	2250000	64	12000
7500	59,8	9550000	609,54	73240

$\bar{x} = \frac{7500}{6} = 1250$ $\bar{y} = \frac{59,8}{6} = 9,967$

$s_x^2 = \frac{9\,550\,000}{6} - 1250^2 = 29166,7$

$s_x = \sqrt{29\,166,7} = 170,78$

$s_y^2 = \frac{609,54}{6} - 9,967^2 = 2,25$

$s_y = \sqrt{2,25} = 1,5$

$s_{xy} = \frac{73\,240}{6} - 1250 \cdot 9,967 = -252,08$

$r = \frac{-252,08}{170,78 \cdot 1,5} = -0,98$

Por tanto, la dependencia es negativa y fuerte.

b) Recta de regresión de X sobre Y: $x - 1250 = \frac{-252,08}{2,25}(y - 9,967)$ $x = 112,04x + 2366,66$

Para $y = 0 \Rightarrow x = 2366,66$. La altitud estimada es de 2366,66 metros.

Luego el tiempo de reacción en segundos es 0,715.