UNIDAD 3: EJERCICIOS DE ARITMÉTICA MERCANTIL

Ejercicio 1:

¿En cuánto se transforman 250 € si aumentan el 12%?

$250 \cdot 1,12 = 280$ €

Calcula en cuánto se transforma un capital C si sufre un aumento del:

a) 10% **b) 20%** **c) 6%** **d) 6,5%** **e) 1%** **f) 0,3%**

a) $1,10\ C$; b) $1,20\ C$; c) $1,06\ C$

d) $1,065\ C$; e) $1,01\ C$; f) $1,003\ C$

Ejercicio 2:

Calcula en cuánto se transforma un capital C si sufre una disminución del:

a) 10% **b) 20%** **c) 50%** **d) 6%** **e) 6,5%** **f) 0,8%**

a) $0,90\ C$; b) $0,80\ C$; c) $0,50\ C$

d) $0,94\ C$; e) $0,935\ C$; f) $0,992\ C$

Ejercicio 3:

Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

a) $C \to 1,15\ C$ **b)** $C \to 1,2\ C$ **c)** $C \to 1,042\ C$

d) $C \to 0,85\ C$ **e)** $C \to 0,8\ C$ **f)** $C \to 0,958\ C$

a) Aumento del 15%. b) Aumento del 20%. c) Aumento del 4,2%.

d) Disminución del 15%. e) Disminución del 20%. f) Disminución del 4,2%.

Ejercicio 4:

Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

a) 8 000 € → 9 360 €

b) 12 560 € → 11 932 €

c) 12 000 personas → 10 320 personas

d) 23 500 personas → 31 725 personas

a) Ha aumentado un 17%.

b) Ha disminuido un 5%.

c) Ha disminuido un 14%.

d) Ha aumentado un 35%.

Ejercicio 5:

Una raqueta de tenis valía, al comienzo de temporada, 28 euros. A lo largo del año sufrió las siguientes variaciones: subió un 20%, bajó un 25%, subió un 5%, bajó un 12%.

a) ¿Cuánto vale al final de temporada?

b) ¿Cuál ha sido su índice de variación total?

c) ¿Qué porcentaje ha de subir para volver a costar 28 €?

Precio final = $28 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}88 = 23{,}28$ €

Índice de variación = $1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}88 = 0{,}8316$ (baja el precio un 16,84%)

Como el precio final es de 23,28 €, hasta llegar a los 28 € debe subir:

$$28 - 23{,}28 = 4{,}72 \text{ €} \quad \rightarrow \quad \frac{4{,}72}{23{,}28} \cdot 100 = 20{,}27\%$$

Ejercicio 6:

Después de rebajarse en un 35%, un artículo vale 81,90 euros.

¿Cuánto valía antes de la rebaja?

$0{,}65x = 81{,}90 \quad \rightarrow \quad x = 126$ €

Ejercicio 7:

En unas rebajas se aplica un descuento del 30 %, y el IVA del 21 %. ¿Cuánto nos costará un artículo que sin rebajar y sin aplicarle el IVA costaba 159 euros? ¿Cuál es el verdadero descuento?

Sol.:

En un descuento del 30 % debemos pagar un 70 % ((100 – 30) %), por lo que el tanto por uno es de 0,7. Por el incremento del precio por el IVA del 21 % ((100 + 21) %) el tanto por uno es de 1,21. Encadenando el descuento con el incremento tendremos un índice o tanto por uno de $0{,}7 \cdot 1{,}21 = 0{,}847$, que aplicamos al precio del artículo, 159 €, $0{,}847 \cdot 159 = 134{,}673$ € $\approx 134{,}67$ €. Por tanto nos han descontado 24,33 euros.

Si estamos pagando el 84,7 % el verdadero descuento es el 15,3 %.

Ejercicio 8:

Calcula el precio inicial de un televisor, que después de subirlo un 20 % y rebajarlo un 20 % nos ha costado 432 €. ¿Cuál ha sido el porcentaje de variación?

Sol.:

Al subir el precio un 20 % estamos pagando el 120 % y el tanto por uno es 1,2. En el descuento del 20 % estamos pagando el 80 % y el tanto por uno es 0,8. En total con las dos variaciones sucesivas el tanto por uno es de 0,8 ·1,2 = 0,96, y el precio inicial es 432 : 0,96 = 450 €. Precio inicial = 450 €.

El tanto por uno 0,96 es menor que 1 por lo tanto ha habido un descuento porque hemos pagado el 96 % del valor inicial y este descuento ha sido del 4 %.

Ejercicio 9:

Calcular el interés que generan $ 500.000 durante 4 meses a un tipo de interés anual del 10%.

Solución: Aplicamos la fórmula del interés: $I = C \cdot i \cdot t$ Como el tiempo está expresado en meses, tenemos que calcular el equivalente en base mensual del 10% anual (cuando se da un tipo de interés y no se indica nada, se sobreentiende que es anual) Luego, i (12) = 10 / 12 = 0,08333 (es el tipo mensual equivalente). Se podría también haber dejado el tipo anual, y haber puesto el plazo (4 meses) en base anual (= 0,33 años). El resultado habría sido el mismo. Comprobar. Una vez que tengo el tipo mensual equivalente, aplico la fórmula del interés. Luego, $I = 500.000 \cdot 0{,}0083 \cdot 4;$ Luego, I = $16.666

Ejercicio 10:

Calcular el capital final que tendríamos si invertimos $1.000.000. durante 6 meses al 12%.

Solución: La fórmula del capital final es: $C_f = C_0 + i$ (capital inicial más intereses). Tenemos que calcular, por tanto, los intereses $I = C \cdot i \cdot t$. Luego, $I = 1.00.000 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}5;$ (hemos dejado el tipo de interés en base anual (12%) y hemos expresado el plazo en años (0,5 años, medio año y como ½=0,5)); Luego, I = $60.000. Ya podemos calcular el capital final: Luego, $C_f = C_0 + i \rightarrow 1.000.000 + 60.000 = \$1.060.000$

Ejercicio 11:

Recibimos $500.000. dentro de 6 meses y $800.000 dentro de 9 meses, y ambas cantidades las invertimos a un tipo del 15%. Calcular que importe tendríamos dentro de 1 año.

Solución: Tenemos que calcular el capital final de ambos importes dentro de 1 año y sumarlos.

1° importe: $C_f = C_0 + i$, luego Calculamos los intereses $I = C \cdot i \cdot t$. Luego, $I = 500.000 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}5;$ (dejamos el tipo de interés en base anual y expresamos el plazo en año. El plazo son 6 meses (0,5 años), ya que recibimos el capital dentro de 6 meses y lo tenemos invertido hasta dentro de 1 año) Luego, $I = \$37.500$; Luego, $C_f = 500.000 + 37.500 = \$537.500$

2° importe: $C_f = C_0 + i$, Calculamos los intereses $I = C \cdot i \cdot t$ Luego, $I = 800.000 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}25;$ (el plazo es de 3 meses (0,25 años), ya que recibimos el capital dentro de 9 meses y se invierte hasta dentro de 1 año) Luego, $I = \$30.000$, de ahí que: $C_f = 800.000 + 30.000 = \$830.000$

Ya podemos sumar los dos importe que tendremos dentro de 1 año, Luego, el capital total es de: $C_T = 537.500 + 830.000 = \$1.367.500$

Ejercicio 12:

Un banco paga el 10% de interés anual. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €?

¿Y si lo dejas durante 5 años?

Sol.:

Al cabo de un año nos darán 1 850 € de intereses; es decir, tendremos 20 350 €.

Al cabo de cinco años tendremos $18\,500 \cdot 1{,}1^5 = 29\,794{,}44$ €; es decir, 11 294,44 € de intereses.

Ejercicio 13:

¿En cuánto se transforma un capital de 3 500 € depositados durante tres meses al 8,5% anual?

¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

Sol.:

En tres meses:

$$8{,}5\% \text{ anual} \rightarrow \frac{8{,}5}{4} = 2{,}125 \text{ trimestral}$$

$$3\,500 \cdot 1{,}02125 = 3\,574{,}38 \text{ €}$$

En cinco años: (20 trimestres)

$$3\,500 \cdot 1{,}02125^{20} = 5\,329{,}78 \text{ €}$$

Ejercicio 14:

Un capital colocado al 15% anual durante cuatro años se ha convertido en 5 596,82 €.

¿A cuánto ascendía ese capital?

Sol.:

$C \cdot (1{,}15)^4 = 5\,596{,}82 \rightarrow C = 3\,200$ €

Ejercicio 15:

Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €.

$$600 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 699{,}84 \rightarrow r = 8\%$$

Ejercicio 16:

Depositamos 32 500 € en un banco durante un año y medio y se convierten en 32 720 €.

¿Qué tanto por ciento mensual nos da el banco?

$$32\,720 = 32\,500 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{18} \rightarrow r = 0{,}037\% \text{ mensual}$$

Ejercicio 17:

Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10% con pagos mensuales de intereses.

Sol.:

$$10\% \text{ anual} = \frac{10}{12}\% \text{ mensual}$$

Un capital C se transforma en un año en $C \cdot \left(1 + \frac{10}{1\,200}\right)^{12}$

Es decir, $C \cdot 1{,}1047$.

Por tanto, la T.A.E. será del 10,47%.

Ejercicio 18:

Calcula en cuánto se transforman 5 000 euros en un año al 10% si los periodos de capitalización son: a) semestres; b) trimestres; c) meses. Di, en cada caso, cuál es la T.A.E. correspondiente.

a) 10% anual = 5% semestral

$$5\,000 \cdot 1{,}05^2 = 5\,000 \cdot 1{,}1025 = 5\,512{,}50 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10{,}25\%$$

b) 10% anual = 2,5% trimestral

$$5\,000 \cdot 1{,}025^4 = 5\,000 \cdot 1{,}1038 = 5\,519{,}06 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10{,}38\%$$

c) $10\% \text{ anual} = \frac{10}{12}\% \text{ mensual} = \frac{5}{6}\% \text{ mensual}$

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{12} = 5\,000 \cdot (1{,}008\widehat{3})^{12} = 5\,000 \cdot 1{,}1047 = 5\,523{,}57 \text{ €} \rightarrow$$

$\rightarrow$ T.A.E. del 10,47%

Ejercicio 19:

Recibimos un préstamo de 10 000 € al 12% anual que hemos de pagar en un año con plazos mensuales. El banco nos cobra 350 € por la gestión del préstamo en el momento de su concesión. Comprueba que la T.A.E. correspondiente a ese préstamo es de un 16,77%.

☛ ***El banco nos cobra 10 000 € al 1% mensual, pero lo que realmente recibimos es 9 650 €, que al r% anual (r = T.A.E.) será igual a lo que el banco nos cobra. Plantea la ecuación correspondiente y despeja r.***

12% anual = 1% mensual

En realidad, recibimos 9 650 €.

Devolvemos $10\ 000 \cdot 1{,}01^{12} = 11\ 268{,}25$ €.

$\dfrac{11\ 268{,}25}{9\ 650} = 1{,}1677 \rightarrow$ La T.A.E. será del 16,77%.

Ejercicio 20:

Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7% anual. ¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10.º año?

Sol.:

Tenemos un caso de anualidad de capitalización, luego hemos de aplicar la fórmula $C_f = a\cdot(1+r)\cdot\dfrac{(1+r)^t - 1}{r}$

Donde $a = 6000$, $r = 0{,}07$ y $t = 10$, luego: $C_f = 6000\cdot 1{,}07\cdot\dfrac{(1{,}07)^{10} - 1}{0{,}07} = 88.701{,}60€$ recogeremos al final.

Ejercicio 21:

Al comienzo de cada mes depositamos 100 € en un banco al 6% anual. ¿Cuánto recogeremos al final del 2.º año?

Sol.:

Tenemos un caso de anualidad de capitalización en cuotas mensuales, luego hemos de aplicar la fórmula:

$C_f = a\cdot\left(1+\dfrac{r}{12}\right)\cdot\dfrac{\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^{12\cdot t} - 1}{\dfrac{r}{12}}$ donde $a = 100$, $r = 0{,}06$ y $t = 2$. Sustituimos y usando la calculadora:

$$C_f = 100\cdot\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)\cdot\frac{\left(1+\dfrac{0{,}06}{12}\right)^{12\cdot 2} - 1}{\dfrac{0{,}06}{12}} = 100\cdot(1{,}005)\cdot\frac{(1{,}005)^{24} - 1}{0{,}005} = 2555{,}91€$$

Ejercicio 22:

Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9% anual.

Sol.:

En este caso tenemos una anualidad de amortización mensual, por tanto, tenemos que aplicar la fórmula:

$a = C_p \cdot \frac{\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n\cdot t} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n\cdot t} - 1}$, y los datos que nos dan son: $C_p = 24000$, $r = 0,09$, $t = 3$ y $n = 12$. Sustituimos

$$a = 24000 \cdot \frac{\left(1+\frac{0,09}{12}\right)^{12\cdot 3} \cdot \frac{0,09}{12}}{\left(1+\frac{0,09}{12}\right)^{12\cdot 3} - 1} = 24000 \cdot \frac{(1,0075)^{36} \cdot 0,0075}{(1,0075)^{36} - 1} = 763,19€$$

Ejercicio 23:

¿Cuánto hay que pagar cada trimestre para amortizar en 3 años (12 pagos) una deuda de 24 000 € al 9% anual?

Sol.:

En este caso tenemos una anualidad de amortización trimestral, por tanto, tenemos que aplicar la fórmula:

$a = C_p \cdot \frac{\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n\cdot t} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n\cdot t} - 1}$, y los datos que nos dan son: $C_p = 24000$, $r = 0,09$, $t = 3$ y $n = 4$. Sustituimos

$$a = 24000 \cdot \frac{\left(1+\frac{0,09}{4}\right)^{4\cdot 3} \cdot \frac{0,09}{12}}{\left(1+\frac{0,09}{4}\right)^{4\cdot 3} - 1} = 24000 \cdot \frac{(1,0225)^{12} \cdot 0,0225}{(1,0225)^{12} - 1} = 2,304,42€$$

Ejercicio 24:

Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades? ¿Cuál de las dos opciones interesa más?

Sol.:

Se trata de anualidades de amortización, vamos a hace una tabla:

	DATOS	FÓRMULA	CANTIDAD A ABONAR EN CADA INTERVALO
Anualmente	$C_p = 50000$ $r = 0{,}15$ $t = 5$ $n = 1$	$a = 50000 \cdot \frac{(1{,}15)^5 \cdot 0{,}15}{(1{,}15)^5 - 1}$	$a = 14.915{,}78€$
Mensualmente	$C_p = 50000$ $r = 0{,}15$ $t = 5$ $n = 12$	$a = 50000 \cdot \frac{(1{,}0125)^{60} \cdot 0{,}0125}{(1{,}0125)^{60} - 1}$	$a = 1.189{,}50€$

Veamos lo que hemos pagado realmente:

<u>CON PAGO ANUAL</u>: $TOTAL = 5 \times 14.915{,}78€ = 74.578{,}9€$

<u>CON PAGO TRIMESTRAL</u>: $TOTAL = 12 \times 1.189{,}50€ = 71.370€$

Como vemos resulta más rentable el pago mensual en $74.578{,}9€ - 71.370€ = 3.208.9€$

<u>Ejercicio 25</u>:

Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?

$$m = 750 \cdot \frac{\left(1 + \frac{13}{1\,200}\right)^{24} \cdot \frac{13}{1\,200}}{\left(1 + \frac{13}{1\,200}\right)^{24} - 1} = 35{,}66 \text{ €}$$

<u>Ejercicio 26</u>:

Una persona paga un coche en sesenta mensualidades de 333,67 €. Si el precio del dinero está al 12% anual, ¿cuál sería el precio del coche si se pagara al contado?

☛ ***Conocemos m y hay que calcular C. Sustituye los datos en la fórmula y despeja C.***

$$C = \frac{1{,}01^{60} - 1}{1{,}01^{60} \cdot 0{,}01} \cdot 333{,}67 \approx 15\,000 \text{ €}$$

<u>Ejercicio 27</u>:

Un banco nos concede un préstamo al 6%, que he-mos de amortizar en 7 anualidades de 14 330,80 € cada una. ¿Cuánto dinero nos prestó?

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \rightarrow C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$C = 14\,330{,}80 \cdot \frac{1{,}06^7 - 1}{1{,}06^7 \cdot 0{,}06} = 80\,000 \text{ €}$$

Ejercicio 28:

He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de 1 413,19 €. ¿Cuál es la cantidad prestada si el rédito es el 10,5%?

$$C = 1\,413{,}19 \cdot \frac{1{,}105^{10} - 1}{1{,}105^{10} \cdot 0{,}105} = 8\,500 \text{ €}$$

Ejercicio 29:

El sueldo de un trabajador aumentó, a principios de año, de 1 450 € a 1 508 €. ¿Cuál fue el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?

Índice de variación: $\frac{1\,508}{1\,450} = 1{,}04$

Porcentaje de subida: 4%

Ejercicio 30:

Un banco ofrece un 7% anual. Ingresamos 12 000 € y los mantenemos 2 años. Calcula el dinero que tendremos tras los 2 años si los periodos de capitalización son mensuales. ¿Y si son semestrales? Calcula la T.A.E. en ambos casos.

- Periodos de capitalización mensuales.
  - Cálculo de la T.A.E.:

    Al 7% anual le corresponde un $\frac{7}{12} = 0{,}58333\%$ mensual.

    En un año, el capital se multiplicará por:

    $1{,}0058333^{12} = 1{,}07229\ldots \approx 1{,}0723 = 1 + \frac{7{,}23}{100}$

    La T.A.E. es del 7,23%.

  - Cálculo del capital final tras 2 años:

    $12\,000 \cdot (1{,}0723)^2 = 13\,797{,}93$ €

- Periodos de capitalización semestrales.
  - Cálculo de la T.A.E.:

    Al 7% anual le corresponde un $\frac{7}{2} = 3{,}5\%$ semestral.

    En un año, el capital se multiplica por $1{,}035^2 = 1{,}071225 \approx 1 + \frac{7{,}12}{100}$

    La T.A.E. es del 7,12%.

  - Cálculo del capital final tras 2 años:

    $12\,000 \cdot (1{,}0712)^2 = 13\,769{,}63$ €

Ejercicio 31:

Para la compra de un coche de 19 000 €, pedimos un préstamo al 7% de interés anual que pagaremos en cuotas mensuales durante 6 años. ¿Cuál será la cuota mensual?

Aplicaremos la siguiente fórmula para calcular la mensualidad, m:

$$m = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}, \text{ donde } C = 19\,000, \; i = \frac{7}{1\,200} \text{ y } n = 6 \cdot 12 = 72$$

$$m = 19\,000 \cdot \frac{(1{,}00583)^{72} \cdot 0{,}00583}{(1{,}00583)^{72} - 1} = 323{,}89 \text{ €}$$