EJERCICIOS DE APROXIMACIONES Y REDONDEOS

Ejercicio 1:

Con ayuda de la calculadora, escribe $\sqrt{3}$ en forma decimal y sus aproximaciones por exceso y por defecto.

a) A las diezmilésimas.

b) A las cienmilésimas.

c) A las millonésimas.

$\sqrt{3} = 1{,}73205080\ldots$

a) Aproximación por exceso: 1,7321

Aproximación por defecto: 1,7320

b) Aproximación por exceso: 1,73205

Aproximación por defecto: 1,73205

c) Aproximación por exceso: 1,732051

Aproximación por defecto: 1,732052

Ejercicio 2:

Calcula los errores absoluto y relativo al redondear el número 1,3456 a las décimas.

$V_{real} = 1{,}3456$

$V_{aproximado} = 1{,}3$

$E_a = |1{,}3456 - 1{,}3| = 0{,}0456$ $\qquad E_r = \left|\frac{0{,}0456}{1{,}3456}\right| = 0{,}0338$

Ejercicio 3: Calcular el error absoluto y relativo en los dos casos siguientes:

a) Al tomar 3,5 m como longitud de un terreno que mide realmente 3,59 m.

b) Al considerar 60 m como la distancia entre dos postes que están situados a 59,91 m.

Solución:

a) E_a = |3,59 - 3,5| = 0,09 m

E_r = | 3,59 - 3,5 | : 3,59 = 0,025 = 2,5 % b) E_a = |59,91 - 60| =

0,09 m

E_r = | 59,91 - 60 | : 59,91 = 0,0015 = 0,15 %

Observamos que el error absoluto es el mismo en ambos casos, pero el error relativo es considerablemente mayor en el primer caso y, por tanto, la aproximación es menos precisa.

Ejercicio 4: En la medida de 1 m se ha cometido un error de 1 mm, y en 300 Km, 300 m. ¿Qué error relativo es mayor? Solución:

En los dos casos nos están dando el error absoluto a la hora de hacer las dos medidas. Antes de realizar ningún cálculo, es necesario expresar las longitudes en la misma unidad. Para ello, vamos a utilizar los metros en el primer caso y los Km en el segundo.

a) Ea = 1mm = 0,001 m por lo que el error relativo en el primer caso es: • E_r = 0,001 / 1 = 0,001, es decir, el 0,1 %

b) Ea = 300 m= 0,3 Km, por lo que el error relativo en el segundo caso es: • E_r=0,3/300=0,001, es decir, el 0,1%.

Vemos que, en ambos casos, el error relativo es el mismo por lo que las dos mediciones, aunque no son iguales, tienen comparativamente la misma precisión.

Ejercicio 5: Como medida de un radio de 7 dm hemos obtenido 70.7 cm. Calcula el error absoluto y el relativo.

Solución:

Antes de operar, tenemos que expresar el valor del radio en cm, para poder realizar las operaciones: 7dm=70cm. De aquí tenemos:

a) E_a = |70 – 70,7| = 0,7 cm.

b) E_r = 0,7/70 = 0,01

Ejercicio 6: Al medir la distancia entre dos pueblos, sabemos que el valor real es de 5,478 Km.

a) Aproxima la distancia hasta las décimas tanto por redondeo y por truncamiento.
b) Calcula el error absoluto cometido en ambos casos.
c) Calcula el error relativo cometido en ambos casos.
d) Justifica, de acuerdo con los resultados anteriores, qué aproximación es mejor.

Solución:

a) La distancia, aproximada por redondeo hasta las décimas, es de 5,5Km y, aproximada por truncamiento, es de 5,4Km.
b) El error absoluto en el primer caso viene dado por: E_a = |5,478 – 5,5| = 0,022 Km y, en el segundo caso: E_a = |5,478-5,4| = 0,078 cm.
c) El error relativo en el primer caso es de E_r=0,022/5,478= 0,00402 y, en el segundo caso de E_r= 0,014.
d) La mejor aproximación es la que hacemos por redondeo, ya que el error absoluto es más pequeño. De ahí también que el error relativo también sea más pequeño.

Ejercicio 7: Una piscina tiene de dimensiones $\sqrt{2}$ m de ancho y $\sqrt{8}$ m de largo. Al realizar con la calculadora dichas raíces obtenemos un ancho de, aproximadamente 1,41 m y un largo de, aproximadamente 28,3 m. Si queremos calcular el área de la piscina, tenemos que ésta tiene un valor de: A=1,41x28,3=39,9 m^2.

a) ¿Es ese el valor real del área? Justifica por qué.
b) ¿Se te ocurre alguna otra forma de calcular el área de manera más exacta? Solución:

a) No es el valor real del área, ya que hemos tomado una aproximación de las dimensiones de los lados de la piscina. Sabemos que tanto $\sqrt{2}$ como $\sqrt{8}$ son números irracionales así que si calculamos su expresión decimal, sólo podremos tomar una aproximación de los mismos.
b) Si queremos calcular el área real de la piscina, bastaría con operar con los números sin aproximar: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{16}=$ 4 m^2.

Ejercicio 8: Imagina que queremos calcular la longitud de una circunferencia de 3 cm de radio.

a) Razona a qué conjunto de números pertenece la longitud de la circunferencia.
b) Calcula la longitud en cm con una aproximación hasta las diezmilésimas.
c) Calcula la longitud en dm con una aproximación hasta las diezmilésimas.

Solución:

a) La longitud de una circunferencia se calcula con la fórmula $L = 2 \cdot \pi \cdot r$. Puesto que π es un número irracional, es decir, su expresión decimal tiene infinitos decimales que no siguen ningún patrón periódico; al multiplicar este número por 2 y por r (=3 cm), el número que obtengamos tendrá también infinitos decimales no periódico con lo que será, por tanto, también un número irracional.
b) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 3 =$ (usando la calculadora) = 18,84955592… y si aproximamos hasta las diezmilésimas nos quedamos con 18,8496
c) Pasamos el radio a dm, r = 0,3 dm, y tenemos que $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot (0,3) =$ usando la calculadora) = 1,884955592… y si aproximamos hasta la diezmilésimas nos da 1,8850 dm