



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \text{Ln}(x^2 + 1)$ , siendo Ln la función logaritmo neperiano.

- [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función  $f$  (puntos donde se alcanzan y valor de la función).
- [1'5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de inflexión de abscisa negativa.

**Ejercicio 2.** Sea  $f$  la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \\ xe^{-x^2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$  en  $x = 0$  y, si es posible, calcula la derivada de  $f$  en dicho punto.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas y la recta  $x = -1$ .

**Ejercicio 3.** Sean  $\vec{u} = (x, 2, 0)$ ,  $\vec{v} = (x, -2, 1)$  y  $\vec{w} = (2, -x, -4x)$  tres vectores de  $\mathbb{R}^3$ .

- [1 punto] Determina los valores de  $x$  para los que los vectores son linealmente independientes.
- [1'5 puntos] Halla los valores de  $x$  para los que los vectores son ortogonales dos a dos.

**Ejercicio 4.** Sea  $r$  la recta de ecuación  $\begin{cases} x = a + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$  y  $s$  la recta de ecuación  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{3}$

- [1'5 puntos] Calcula el valor de  $a$  sabiendo que las rectas  $r$  y  $s$  se cortan.
- [1 punto] Calcula el punto de corte.



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\operatorname{Ln} x} - \frac{1}{x-1} \right)$$

siendo  $\operatorname{Ln}$  la función logaritmo neperiano.

**Ejercicio 2.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} -\frac{a}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

- (a) [0'75 puntos] Halla el valor de  $a$  sabiendo que  $f$  es continua.
- (b) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .
- (c) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas y las rectas  $x + 2 = 0$  y  $x - 2 = 0$ .

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} \lambda x + y - z &= 1 \\ x + \lambda y + z &= \lambda \\ x + y + \lambda z &= \lambda^2 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- (b) [1 punto] Resuélvelo para  $\lambda = 2$ .

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Halla un punto  $A$  de la recta  $r$  de ecuación  $x = y = z$  y un punto  $B$  de la recta  $s$  de ecuación  $x = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$  de forma que la distancia entre  $A$  y  $B$  sea mínima.



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 - |x|$

- (a) [0'75 puntos] Estudia la derivabilidad de  $f$ .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .
- (c) [0'75 puntos] Calcula los extremos relativos de  $f$  (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

**Ejercicio 2.** Calcula

- (a) [1'5 puntos]  $\int \frac{5x^2 - x - 160}{x^2 - 25} dx$ .
- (b) [1 punto]  $\int (2x - 3) \cdot \operatorname{tg}(x^2 - 3x) dx$ , siendo  $\operatorname{tg}$  la función tangente.

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} \lambda x - y - z &= -1 \\ x + \lambda y + z &= 4 \\ x + y + z &= \lambda + 2 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $\lambda = 2$ .

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Determina los puntos de la recta  $r$  de ecuaciones  $\begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 3}{2} \end{cases}$  que equidistan del plano  $\pi$  de ecuación  $x + z = 1$  y del plano  $\pi'$  de ecuación  $y - z = 3$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

---

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Un alambre de longitud 1 metro se divide en dos trozos, con uno se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Calcula las longitudes de los dos trozos para que la suma de las áreas de ambos recintos sea mínima.

---

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Halla la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que  $f''(x) = 12x - 6$  y que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$  tiene de ecuación  $4x - y - 7 = 0$ .

---

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Resuelve  $AB^tX = -2C$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$  y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

---

**Ejercicio 4.** Considera los puntos  $A(1, 0, -2)$  y  $B(-2, 3, 1)$ .

- [1 punto] Determina los puntos del segmento  $AB$  que lo dividen en tres partes iguales.
  - [1'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , donde  $C$  es un punto de la recta de ecuación  $-x = y - 1 = z$ . ¿Depende el resultado de la elección concreta del punto  $C$ ?
-



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Determina un punto de la curva de ecuación  $y = x e^{-x^2}$  en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

**Ejercicio 2.** Sea  $I = \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ .

- [1'25 puntos] Expresa  $I$  aplicando el cambio de variable  $t = 1 + x^2$ .
- [1'25 puntos] Calcula el valor de  $I$ .

**Ejercicio 3.** Considera  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ , siendo  $a$  un número real.

- [1 punto] Calcula el valor de  $a$  para que  $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$ .
- [1 punto] Calcula, en función de  $a$ , los determinantes de  $2A$  y  $A^t$ , siendo  $A^t$  la traspuesta de  $A$ .
- [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de  $a$  para el que la matriz  $A$  sea simétrica? Razona la respuesta.

**Ejercicio 4.** Considera el plano  $\pi$  de ecuación  $2x+y-z+2=0$  y la recta  $r$  de ecuación  $\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{m}$

- [1 punto] Halla la posición relativa de  $r$  y  $\pi$  según los valores del parámetro  $m$ .
- [0'75 puntos] Para  $m = -3$ , halla el plano que contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .
- [0'75 puntos] Para  $m = -3$ , halla el plano que contiene a la recta  $r$  y es paralelo al plano  $\pi$ .



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x^4 + 3}{x}$ , para  $x \neq 0$ .

- (a) [0'75 puntos] Halla, si existen, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (b) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de  $f$ .
- (c) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] El área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones  $y = \frac{x^2}{a}$  e  $y = \sqrt{ax}$ , con  $a > 0$ , vale 3. Calcula el valor de  $a$ .

**Ejercicio 3.** [2'5 puntos] Resuelve

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.** Considera el punto  $P(3, 2, 0)$  y la recta  $r$  de ecuaciones  $\begin{cases} x + y - z - 3 = 0 \\ x + 2z + 1 = 0 \end{cases}$

- (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto  $P$  y a la recta  $r$ .
- (b) [1'5 puntos] Determina las coordenadas del punto  $Q$  simétrico de  $P$  respecto de la recta  $r$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.**

- (a) [1'5 puntos] Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $f(x) = ax^2 + b$ . Halla los valores de  $a$  y  $b$  sabiendo que  $\int_0^6 f(x) dx = 6$  y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  en el punto de abscisa 3 vale  $-12$ .
- (b) [1 punto] Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $f(x) = x^2 + px + q$ . Calcula los valores de  $p$  y  $q$  sabiendo que la función  $f$  tiene un extremo en  $x = -6$  y su valor en él es  $-2$ .

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Calcula

$$\int (x^2 - 1) e^{-x} dx$$

**Ejercicio 3.** Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & m-3 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) [1 punto] Determina los valores de  $m \in \mathbb{R}$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa.
- (b) [1'5 puntos] Para  $m = 0$  y siendo  $X = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$ , resuelve  $XA = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 4.** Sea  $r$  la recta de ecuación  $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{4}$  y  $s$  la recta dada por  $\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ -x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$

- (a) [1'5 puntos] Determina la posición relativa de ambas rectas.
- (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y es paralelo a la recta  $s$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

- [0'75 puntos] Estudia si existen y calcula, cuando sea posible, las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los valores que alcanza en ellos la función  $f$ .
- [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .

---

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f(x) = \sin x$  y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisas  $x = 0$  y  $x = \pi$ .

---

**Ejercicio 3.** Sea  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  y sea  $I$  la matriz identidad de orden dos.

- [1'25 puntos] Calcula los valores  $\lambda \in \mathbb{R}$  tales que  $|A - \lambda I| = 0$ .
- [1'25 puntos] Calcula  $A^2 - 7A + 10I$ .

---

**Ejercicio 4.** Considera la recta  $r$  de ecuaciones  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$

- [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y no corta al eje  $OZ$ .
  - [1'25 puntos] Calcula la proyección ortogonal del punto  $A(1, 2, 1)$  sobre la recta  $r$ .
-





**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Sea  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $f(x) = \frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2}$ , siendo  $\ln$  la función logaritmo neperiano. Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, hállala.

**Ejercicio 2.** Sea  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  una función tal que su función derivada viene dada por

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & \text{si } 0 < x < 3 \\ -2x + 8 & \text{si } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

(a) [1'75 puntos] Determina la expresión de  $f$  sabiendo que  $f(1) = \frac{16}{3}$ .

(b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} x - y + z &= 2 \\ x + \lambda y + z &= 8 \\ \lambda x + y + \lambda z &= 10 \end{aligned} \right\}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $\lambda = 2$ .

**Ejercicio 4.** Considera los puntos  $A(2, 1, 2)$  y  $B(0, 4, 1)$  y la recta  $r$  de ecuación  $x = y - 2 = \frac{z - 3}{2}$

(a) [1'5 puntos] Determina un punto  $C$  de la recta  $r$  que equidiste de los puntos  $A$  y  $B$ .

(b) [1 punto] Calcula el área del triángulo de vértices  $ABC$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Se sabe que la función  $f: [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$  es derivable en el intervalo  $(0, 5)$ .

(a) [1'75 puntos] Calcula las constantes  $a$  y  $b$ .

(b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Sean las funciones  $f$  y  $g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , dadas por  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = \lambda\sqrt{x}$ , donde  $\lambda$  es un número real positivo fijo. Calcula el valor de  $\lambda$  sabiendo que área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones es  $\frac{1}{3}$ .

**Ejercicio 3.** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] Halla el valor de  $m \in \mathbb{R}$  para el que la matriz  $A$  no tiene inversa.

(b) [1'5 puntos] Resuelve  $AX = O$  para  $m = 3$ .

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano  $\pi$  de ecuación  $x + y + z = 1$  y forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área  $18\sqrt{3}$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$

- [1'5 puntos] Determina  $a, b \in \mathbb{R}$  sabiendo que la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(2, 2)$  y tiene un punto de inflexión de abscisa  $x = 0$ .
- [1 punto] Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de inflexión.

**Ejercicio 2.** Sea  $f: (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{Ln} x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \operatorname{Ln}(2 - x) & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases}$$

siendo  $\operatorname{Ln}$  la función logaritmo neperiano.

- [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$  en el punto  $x = 1$ .

- [1'5 puntos] Calcula  $\int_1^{1.5} f(x) dx$ .

**Ejercicio 3.** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -3 & \\ & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$$

- [1'25 puntos] Halla, si existe, la matriz inversa de  $AB + C$ .

- [1'25 puntos] Calcula, si existen, los números reales  $x$  e  $y$  que verifican:  $C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Sea la recta  $r$  de ecuación  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-1}$  y el plano  $\pi$  de ecuación

$x - y + z + 1 = 0$ . Calcula el área del triángulo de vértices  $ABC$ , siendo  $A$  el punto de corte de la recta  $r$  y el plano  $\pi$ ,  $B$  el punto  $(2, 1, 2)$  de la recta  $r$  y  $C$  la proyección ortogonal del punto  $B$  sobre el plano  $\pi$ .



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

---

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Se desea construir una lata de conserva en forma de cilindro circular recto que tenga una superficie total de  $200 \text{ cm}^2$ . Determina el radio de la base y la altura de la lata para que el volumen sea máximo.

---

**Ejercicio 2. Ejercicio 2.**

- (a) [0'75 puntos] Haz un esbozo del recinto limitado por las curvas  $y = \frac{15}{1+x^2}$  e  $y = x^2 - 1$ .
  - (b) [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.
- 

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{l} x + y - z = -4 \\ 3x + \lambda y + z = \lambda - 1 \\ 2x + \lambda y = -2 \end{array} \right\}$$

- (a) [1'25 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .
  - (b) [1'25 puntos] Resuelve el sistema para  $\lambda = 1$ .
- 

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Halla las ecuaciones paramétricas de una recta sabiendo que corta a la recta  $r$  de ecuación  $x = y = z$ , es paralela al plano  $\pi$  de ecuación  $3x + 2y - z = 4$  y pasa por el punto  $A(1, 2, -1)$ .

---