| | UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | PLANES DE 1994 y DE 2002<br>MATEMÁTICAS II |
|---|---|---|

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

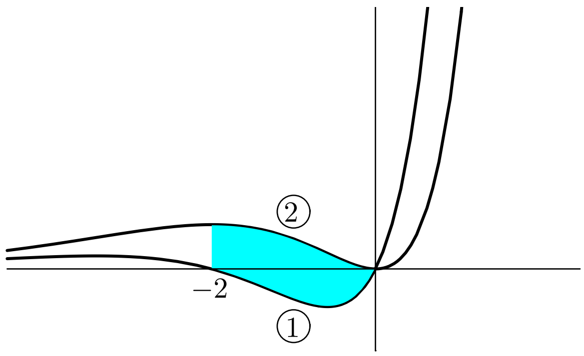
## Opción A

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** De la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que tiene un máximo en $x=-1$, y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa $x=-2$ y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=0$. Calcula $a$, $b$, $c$ y $d$ sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x=2$ tiene pendiente 9.

**Ejercicio 2.** Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2e^x$ y a su función derivada $f'$.

**(a)** **[1 punto]** Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de $f$ y cuál la de $f'$.

**(b)** **[1'5 puntos]** Calcula el área de la región sombreada.




**Ejercicio 3.** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & 1 & 4\end{pmatrix}$.

**(a)** **[1 punto]** ¿Tiene $A$ inversa? En caso afirmativo, calcúlala.

**(b)** **[1'5 puntos]** Determina la matriz $X$ que cumple que $A\cdot X+C\cdot B^t=B\cdot B^t$, siendo $B^t$ la matriz transpuesta de $B$.

**Ejercicio 4.** Considera el punto $P(2,0,1)$ y la recta $r\equiv\begin{cases}x+2y=6\\ z=2.\end{cases}$

**(a)** **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene a $P$ y a $r$.

**(b)** **[1'5 puntos]** Calcula el punto simétrico de $P$ respecto de la recta $r$.

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

**Ejercicio 1.** Sea $f$ la función definida para $x \neq 0$ por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$.

**(a)** [**1 punto**] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de $f$.

**(b)** [**1 punto**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$ y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

**(c)** [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de $f$.

---

**Ejercicio 2.** Considera la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{-x/2}$.

**(a)** [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 0$.

**(b)** [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de $f$, la recta de ecuación $x = 2$ y la recta tangente obtenida en **(a)**.

---

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x+y+z & = & -2 \\ -\lambda x+3y+z & = & -7 \\ x+2y+(\lambda+2)z & = & -5 \end{array}\right\}.$$

**(a)** [**1'5 puntos**] Clasifica el sistema según los valores del parámetro $\lambda$.

**(b)** [**1 punto**] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

---

**Ejercicio 4.** Sean los vectores

$$\vec{v_1} = (0,1,0), \quad \vec{v_2} = (2,1,-1) \quad \text{y} \quad \vec{v_3} = (2,3,-1).$$

**(a)** [**0'75 puntos**] ¿Son los vectores $\vec{v_1}, \vec{v_2}$ y $\vec{v_3}$ linealmente dependientes?

**(b)** [**0'75 puntos**] ¿Para qué valores de $a$ el vector $(4, a+3, -2)$ puede expresarse como combinación lineal de los vectores $\vec{v_1}, \vec{v_2}$ y $\vec{v_3}$?

**(c)** [**1 punto**] Calcula un vector unitario y perpendicular a $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$.

---

| | UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | PLANES DE 1994 y DE 2002<br>MATEMÁTICAS II |
|---|---|---|

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción A

---

**Ejercicio 1.** Sea $f$ la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$.

**(a)** **[0'5 puntos]** Halla las asíntotas de la gráfica de $f$.

**(b)** **[0'75 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$.

**(c)** **[0'75 puntos]** Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de $f$.

**(d)** **[0'5 puntos]** Esboza la gráfica de $f$.

---

**Ejercicio 2.** **[2'5 puntos]** Calcula la integral

$$\int \frac{3x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 - x - 2}\, dx.$$

---

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x + 3y + z & = & 5 \\ mx + 2z & = & 0 \\ my - z & = & m \end{array}\right\}.$$

**(a)** **[1 punto]** Determina los valores de $m$ para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para $m = 1$.

**(b)** **[1 punto]** Determina los valores de $m$ para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.

**(c)** **[0'5 puntos]** ¿Hay algún valor de $m$ para el que el sistema no tiene solución?

---

**Ejercicio 4.** Sea el punto $P(1, 0, -3)$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} 2x - y - 1 = 0 \\ x + z = 0. \end{array} \right.$

**(a)** **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene a $P$ y es perpendicular a $r$.

**(b)** **[1'5 puntos]** Calcula las coordenadas del punto simétrico de $P$ respecto de $r$.

---

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

**Ejercicio 1.** **[2'5 puntos]** Determina los puntos de la parábola de ecuación $y = 5 - x^2$ que están más próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de coordenadas.

**Ejercicio 2.** Se sabe que la función $f : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 8, \\ \dfrac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si} \quad x > 8. \end{cases}$$

es continua en $[0, +\infty)$.

**(a)** **[0'5 puntos]** Halla el valor de $a$.

**(b)** **[2 puntos]** Calcula $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\, dx$.

**Ejercicio 3.** **[2'5 puntos]** Halla la matriz $X$ que cumple que

$$A \cdot X \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

**Ejercicio 4.** Se sabe que los puntos $A(m, 0, 1)$, $B(0, 1, 2)$, $C(1, 2, 3)$ y $D(7, 2, 1)$ están en un mismo plano.

**(a)** **[1'5 puntos]** Halla $m$ y calcula la ecuación de dicho plano.

**(b)** **[1 punto]** ¿Están los puntos $B$, $C$ y $D$ alineados?

| | | |
|---|---|---|
| | **UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | **PLANES DE 1994 y DE 2002**<br>**MATEMÁTICAS II** |

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción A

---

**Ejercicio 1.** **[2'5 puntos]** Se sabe que

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \alpha \operatorname{sen} x}{x^2}$$

es finito. Determina el valor de $\alpha$ y calcula el límite.

---

**Ejercicio 2.** Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{si} \quad x \leq 0, \\ (x-2)^2 & \text{si} \quad x > 0. \end{cases}$$

**(a)** **[1 punto]** Calcula los puntos de corte de la gráfica de $f$ con el eje de abscisas y esboza dicha gráfica.

**(b)** **[1'5 puntos]** Halla el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de $f$ y por el eje de abscisas.

---

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} (b+1)x + y + z & = & 2 \\ x + (b+1)y + z & = & 2 \\ x + y + (b+1)z & = & -4 \end{array}\right\}.$$

**(a)** **[1'5 puntos]** Clasifica el sistema según los valores del parámetro $b$.

**(b)** **[1 punto]** Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

---

**Ejercicio 4.** Se sabe que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z - 3 = 0 \\ x + 2y - 2 = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} ax + 6y + 6 = 0 \\ x - 2z + 2 = 0 \end{cases}$$

son paralelas.

**(a)** **[1'5 puntos]** Calcula $a$.

**(b)** **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas $r$ y $s$.

---

| | | |
|---|---|---|
| | **UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | **PLANES DE 1994 y DE 2002**<br>**MATEMÁTICAS II** |

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

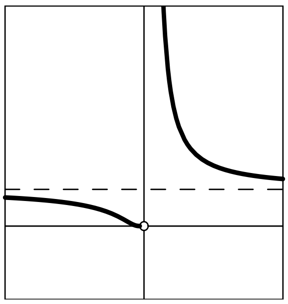
**Ejercicio 1.** Considera las tres funciones cuyas expresiones respectivas vienen dadas, para $x \neq 0$, por

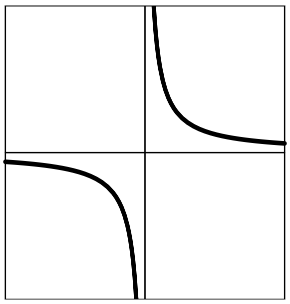
$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}, \qquad g(x) = e^{1/x} \qquad \text{y} \qquad h(x) = \text{Ln}\,|x|,$$

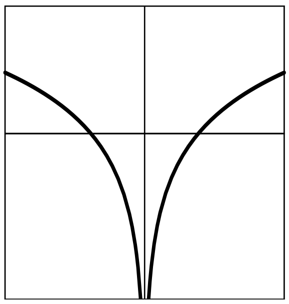
siendo Ln la función logaritmo neperiano.

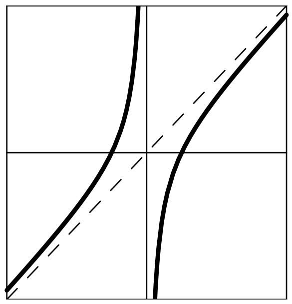
**(a)** [**1'75 puntos**] Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de $f$, $g$ y $h$.

**(b)** [**0'75 puntos**] Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.


Gráfica 1


Gráfica 2


Gráfica 3


Gráfica 4

**Ejercicio 2.** [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_{-1}^{0} \text{Ln}\,(2+x)\,dx$, siendo Ln la función logaritmo neperiano.

**Ejercicio 3.** Sea $I$ la matriz identidad de orden 3 y sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$.

**(a)** [**1'25 puntos**] Determina el valor de $b$ para el que $A^2 - 2A + I = O$.

**(b)** [**1'25 puntos**] Para $b = 2$ halla la matriz $X$ que cumple que $A \cdot X - 2A^t = O$, donde $A^t$ denota la matriz transpuesta de $A$.

**Ejercicio 4.** Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \dfrac{x}{2} = y - 1 = \dfrac{z}{3}$.

**(a)** [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano $\pi$ que contiene a $s$ y es paralelo a $r$.

**(b)** [**1'25 puntos**] Calcula la distancia de la recta $r$ al plano $\pi$.

| | | |
|---|---|---|
| | UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | **PLANES DE 1994 y DE 2002**<br>**MATEMÁTICAS II** |

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción A

**Ejercicio 1.** Sea $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{5x+8}{x^2+x+1}$.

**(a)** **[0'5 puntos]** Calcula los puntos de corte de la gráfica de $f$ con los ejes coordenados.

**(b)** **[0'5 puntos]** Halla las asíntotas de la gráfica de $f$.

**(c)** **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$ y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

**(d)** **[0'5 puntos]** Esboza la gráfica de $f$.

---

**Ejercicio 2.** Considera la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 5x + 4$.

**(a)** **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 3$.

**(b)** **[1'75 puntos]** Calcula el área de la región acotada que está limitada por el eje de ordenadas, por la gráfica de $f$ y por la recta tangente obtenida.

---

**Ejercicio 3.** Sea $I$ la matriz identidad de orden 2 y sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

**(a)** **[1 punto]** Halla los valores de $x$ para los que la matriz $A - xI$ no tiene inversa.

**(b)** **[1'5 puntos]** Halla los valores de $a$ y $b$ para los que $A^2 + aA + bI = \mathrm{O}$.

---

**Ejercicio 4.** **[2'5 puntos]** Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 6+\lambda \\ y & = & 1-2\lambda \\ z & = & 5-7\lambda \end{array} \right. \qquad \text{y} \qquad s \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} 2x-3y+1 & = & 0 \\ 3x-y-2 & = & 0. \end{array} \right.$$

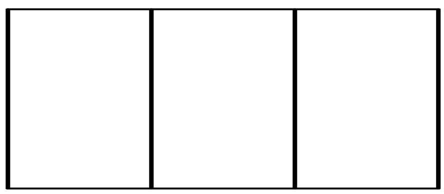
---

| | UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | PLANES DE 1994 y DE 2002<br>MATEMÁTICAS II |
|---|---|---|

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12.800 m$^2$ dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



**Ejercicio 2.** Calcula las siguientes integrales:

**(a) [0'5 puntos]** $\displaystyle\int \cos(5x+1)\,dx.$

**(b) [0'5 puntos]** $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}}\,dx.$

**(c) [1'5 puntos]** $\displaystyle\int_0^1 xe^{-3x}\,dx.$

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} 5x+2y-z & = & 0 \\ x+y+(m+4)z & = & my \\ 2x-3y+z & = & 0 \end{array}\right\}.$$

**(a) [1 punto]** Determina los valores del parámetro $m$ para los que el sistema tiene una única solución.

**(b) [1'5 puntos]** Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que $z = 19$.

**Ejercicio 4.** Sean $A(-3,4,0)$, $B(3,6,3)$ y $C(-1,2,1)$ los vértices de un triángulo.

**(a) [0'75 puntos]** Halla la ecuación del plano $\pi$ que contiene al triángulo.

**(b) [0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a $\pi$ y pasa por el origen de coordenadas.

**(c) [1 punto]** Calcula el área del triángulo $ABC$.

| | UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA | PLANES DE 1994 y DE 2002 |
|---|---|---|
| | PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | MATEMÁTICAS II |

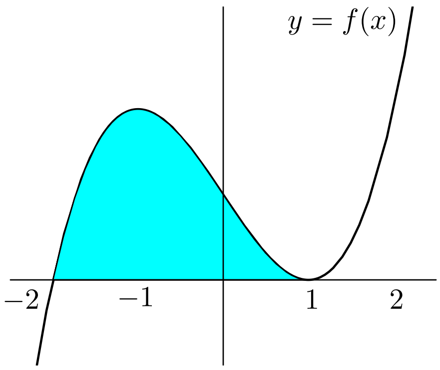
| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción A

**Ejercicio 1.** Se sabe que la gráfica de la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ es la que aparece en el dibujo.

**(a)** **[1’25 puntos]** Determina $f$.

**(b)** **[1’25 puntos]** Calcula el área de la región sombreada.




---

**Ejercicio 2.** Sea $f$ la función definida para $x \neq 2$ por $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$.

**(a)** **[1 punto]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de $f$.

**(b)** **[0’75 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$.

**(c)** **[0’75 puntos]** Calcula, si existen, el máximo y el mínimo absolutos de $f$ en el intervalo $[0, 2)$ (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

---

**Ejercicio 3.** **[2’5 puntos]** Álvaro, Marta y Guillermo son tres hermanos. Álvaro dice a Marta: si te doy la quinta parte del dinero que tengo, los tres hermanos tendremos la misma cantidad. Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres juntan 84 euros.

---

**Ejercicio 4.** Considera el punto $A(0, -3, 1)$, el plano $\pi \equiv 2x - 2y + 3z = 0$ y la recta $r \equiv x + 3 = y = \dfrac{z-3}{2}$.

**(a)** **[1 punto]** Determina la ecuación del plano que pasa por $A$ y contiene a $r$.

**(b)** **[1’5 puntos]** Determina la ecuación de la recta que pasa por $A$, es paralela a $\pi$ y corta a $r$.

---

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

---

**Ejercicio 1.** De la función $f\colon (0,+\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{ax^2+b}{x}$ se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x=1$ viene dada por $y=-2$.

**(a)** **[1'5 puntos]** Calcula $a$ y $b$.

**(b)** **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$.

---

**Ejercicio 2.** **[2'5 puntos]** Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2\operatorname{sen}(2x)$. Calcula la primitiva de $f$ cuya gráfica pasa por el punto $(0,1)$.

---

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x+my+z & = & 0 \\ x+y+mz & = & 2 \\ mx+y+z & = & m \end{array}\right\}.$$

**(a)** **[1 punto]** ¿Para qué valor de $m$ el sistema tiene al menos dos soluciones?

**(b)** **[1'5 puntos]** ¿Para qué valores de $m$ el sistema admite solución en la que $x=1$?

---

**Ejercicio 4.** Se sabe que las rectas

$$r \equiv \left\{\begin{array}{l} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=b+t \end{array}\right. \qquad \text{y} \qquad s \equiv \left\{\begin{array}{l} x-y+z=3 \\ 6x+2z=2 \end{array}\right.$$

están contenidas en un mismo plano.

**(a)** **[1'25 puntos]** Calcula $b$.

**(b)** **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas $r$ y $s$.

---

| | | |
|---|---|---|
| | **UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | **PLANES DE 1994 y DE 2002**<br>**MATEMÁTICAS II** |

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción A

---

**Ejercicio 1.** De una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(0) = 2$ y que $f'(x) = 2x$.

**(a)** [**1 punto**] Determina $f$.

**(b)** [**1'5 puntos**] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de $f$, por el eje de abscisas y por las rectas de ecuaciones $x = -2$ y $x = 2$.

---

**Ejercicio 2.** Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x-1)^2 e^{-x}$.

**(a)** [**0'5 puntos**] Halla las asíntotas de la gráfica de $f$.

**(b)** [**1'5 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$ y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

**(c)** [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de $f$.

---

**Ejercicio 3.** [**2'5 puntos**] En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos. El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos. Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda o un pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

---

**Ejercicio 4.** Considera un plano $\pi \equiv x + y + mz = 3$ y la recta $r \equiv x = y - 1 = \dfrac{z-2}{2}$.

**(a)** [**0'75 puntos**] Halla $m$ para que $r$ y $\pi$ sean paralelos.

**(b)** [**0'75 puntos**] Halla $m$ para que $r$ y $\pi$ sean perpendiculares.

**(c)** [**1 punto**] ¿Existe algún valor de $m$ para que la recta $r$ esté contenida en el plano $\pi$?

---

| | UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | PLANES DE 1994 y DE 2002<br>MATEMÁTICAS II |
|---|---|---|

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

**Ejercicio 1.** De una función $f : [0,5] \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(3) = 6$ y que su función derivada está dada por

$$f'(x) = \begin{cases} 5x - 2 & \text{si} \quad 0 < x < 1, \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad 1 \leq x < 5. \end{cases}$$

**(a)** [**1 punto**] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 3$.

**(b)** [**1'5 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$ y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

---

**Ejercicio 2.** Considera la integral definida $I = \displaystyle\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x} - 1}\, dx$.

**(a)** [**1'25 puntos**] Exprésala aplicando el cambio de variables $\sqrt{1+x} - 1 = t$.

**(b)** [**1'25 puntos**] Calcula $I$.

---

**Ejercicio 3.** Sabiendo que $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

**(a)** [**1 punto**] $|-3A|$ y $|A^{-1}|$.

**(b)** [**0'75 puntos**] $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$.

**(c)** [**0'75 puntos**] $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$.

---

**Ejercicio 4.** Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$.

**(a)** [**1'5 puntos**] Calcula las coordenadas del punto $P$ sabiendo que está en el plano $\pi_1$ y que su proyección ortogonal sobre el plano $\pi_2$ es el punto $(1, 0, -3)$.

**(b)** [**1 punto**] Calcula el punto simétrico de $P$ respecto del plano $\pi_2$.