	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2\, e^{-x^2}$.

(a) [**0'75 puntos**] Halla las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**1'25 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

(c) [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. Considera la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x\,|x|$.

(a) [**0'75 puntos**] Dibuja la región acotada del plano que está limitada por la gráfica de f y la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

(b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 3. Se sabe que el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x + \alpha y & = & 1 \\ x + \alpha z & = & 1 \\ y + z & = & \alpha \end{array}\right\}$$

tiene una única solución.

(a) [**1'25 puntos**] Prueba que $\alpha \neq 0$.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la solución del sistema.

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Calcula el área del triángulo de vértices $A(0,0,1)$, $B(0,1,0)$ y C, siendo C la proyección ortogonal del punto $(1,1,1)$ sobre el plano $x+y+z=1$.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Halla una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que su gráfica pase por el punto $M(0, 1)$, que la tangente en el punto M sea paralela a la recta $2x - y + 3 = 0$ y que $f''(x) = 3x^2$.

Ejercicio 2. Considera la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x + 4e^{-x}$.

(a) **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Ejercicio 3. Sabiendo que
$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ a & b & c \end{vmatrix} = -6,$$
calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) **[0'75 puntos]** $\begin{vmatrix} -3x & -y & -z \\ 3t & u & v \\ 3a & b & c \end{vmatrix}$.

(b) **[0'75 puntos]** $\begin{vmatrix} -2y & x & z \\ -2u & t & v \\ -2b & a & c \end{vmatrix}$.

(c) **[1 punto]** $\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ 2x - a & 2y - b & 2z - c \end{vmatrix}$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera el punto $A(0, 1, -1)$, la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y - z = 2$. Halla la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

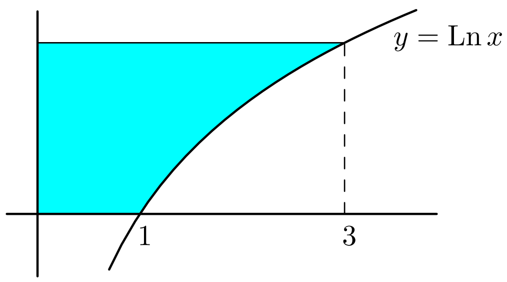
	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de $80\,\text{cm}^3$. Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 1€ $/\text{cm}^2$ y para la base se emplea un material un 50 % más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Siendo $\text{Ln}\, x$ el logaritmo neperiano de x, halla el área de la superficie sombreada.



Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcr} x+3y+z & = & 1 \\ -x+y+2z & = & -1 \\ ax+by+z & = & 4 \end{array}\right\}$$

tiene al menos dos soluciones distintas.

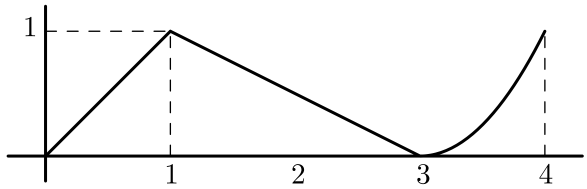
Ejercicio 4. [2'5 puntos] Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C, que pertenece a la recta intersección de los planos $y+z=1$ e $y-3z+3=0$, y que sus otros dos vértices son $A(2,0,1)$ y $B(0,-3,0)$. Halla C y el área del triángulo ABC.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. De una función $f\colon [0,4] \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(1) = 3$ y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



(a) [**0'5 puntos**] Halla la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

(b) [**1 punto**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. ¿En qué punto alcanza la función f su máximo absoluto?

(c) [**1 punto**] Estudia la concavidad y la convexidad de f.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la recta $y = 2x$ y por las curvas $y = x^2$ e $y = \dfrac{x^2}{2}$.

Ejercicio 3.

(a) [**1 punto**] Sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$ tiene rango 2, ¿cuál es el valor de a?

(b) [**1'5 puntos**] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula

$$\int_{-2}^{0} \frac{1}{x^2+2x-3}\,dx.$$

Ejercicio 2. Se sabe que la función $f : (-1, 1) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \dfrac{1}{2}x + c & \text{si} \quad -1 < x < 0, \\ \sqrt{1-x} & \text{si} \quad 0 \le x < 1. \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(-1, 1)$.

(a) **[1 punto]** Determina el valor de la constante c.

(b) **[0'5 puntos]** Calcula la función derivada f'.

(c) **[1 punto]** Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f que son paralelas a la recta de ecuación $y = -x$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} x + \lambda y &= \lambda \\ \lambda x + y + (\lambda - 1)z &= 1 \\ \lambda x + y &= 2 + \lambda \end{aligned}\right\}.$$

(a) **[1'5 puntos]** Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

(b) **[1 punto]** Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Halla la ecuación de una recta que corte a r y s y sea perpendicular al plano $z = 0$.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x\,(\cos x + \operatorname{sen} x)$.

(a) [**1'25 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(b) [**1'25 puntos**] Halla los extremos relativos (locales) y absolutos (globales) de f.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x-1)\,e^{2x}$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, e^2)$.

Ejercicio 3. Un tendero dispone de tres tipos de zumo en botellas que llamaremos A, B y C. El mencionado tendero observa que si vende a 1€ las botellas del tipo A, a 3€ las del tipo B y a 4€ las del tipo C, entonces obtiene un total de 20€. Pero si vende a 1€ las del tipo A, a 3€ las del B y a 6€ las del C, entonces obtiene un total de 25€.

(a) [**0'75 puntos**] Plantea el sistema de ecuaciones que relaciona el número de botellas de cada tipo que posee el tendero.

(b) [**1 punto**] Resuelve dicho sistema.

(c) [**0'75 puntos**] ¿Puede determinarse el número de botellas de cada tipo de que dispone el tendero? (Ten en cuenta que el número de botellas debe ser entero y positivo).

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, -1, 3)$.

(a) [**1'5 puntos**] Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por A y por B.

(b) [**1 punto**] Calcula el área del paralelogramo de vértices consecutivos $ABCD$ sabiendo que la recta determinada por los vértices C y D pasa por el origen de coordenadas.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Considera la integral definida $I = \displaystyle\int_1^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx$.

(a) [**1'5 puntos**] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables $1+\sqrt{x} = t$.

(b) [**1 punto**] Calcula I.

Ejercicio 2.

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2$ que es paralela a la recta $-4x + y + 3 = 0$.

(b) [**1'5 puntos**] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y = x^2$ que pasan por el punto $(2, 0)$.

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz transpuesta de una matriz M.

(a) [**1 punto**] Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que $\det(A) = 4$, calcula los siguientes determinantes:

$$\det\left(-3A^t\right) \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}.$$

(b) [**0'75 puntos**] Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea B una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$. Calcula $\det(B)$.

(c) [**0'75 puntos**] Sea C una matriz cuadrada tal que $C^{-1} = C^t$. ¿Puede ser $\det(C) = 3$? Razona la respuesta.

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \dfrac{z-2}{-3} \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0. \end{cases}$$

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -\dfrac{1}{3}x^2 + \dfrac{2}{3}x + 1$.

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en un punto de la misma de ordenada $y = 1$, teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de f, la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} mx + 2y + z & = & 2 \\ x + my & = & m \\ 2x + mz & = & 0 \end{array}\right\}.$$

(a) [**0'5 puntos**] Determina los valores de m para los que $x = 0$, $y = 1$ y $z = 0$ es solución del sistema.

(b) [**1 punto**] Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.

(c) [**1 punto**] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Considera los puntos $P(6,-1,-10)$, $Q(0,2,2)$ y R, que es el punto de intersección del plano $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$ y la recta

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{l} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1. \end{array} \right.$$

Determina λ sabiendo que los puntos P, Q y R están alineados.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2 - x\,|x|$.

(a) [**0'75 puntos**] Esboza la gráfica de f.

(b) [**1 punto**] Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$.

(c) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Considera las funciones $f : (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definidas, respectivamente, por

$$f(x) = \operatorname{Ln} x \quad \text{y} \quad g(x) = 1 - 2^x,$$

siendo $\operatorname{Ln} x$ el logaritmo neperiano de x. Calcula el área del recinto limitado por las rectas $x = 1$ y $x = 2$ y las gráficas de f y g.

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x + 3y + z & = & 0 \\ 2x - 13y + 2z & = & 0 \\ (a+2)x - 12y + 12z & = & 0 \end{array}\right\}.$$

Determina el valor a para que tenga soluciones distintas de la solución trivial y resuélvelo para dicho valor de a.

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 7 = 0$ y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{rcl} x & = & 1 + \lambda \\ y & = & 1 + \lambda \\ z & = & 1 + 3\lambda. \end{array}\right.$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación de un plano perpendicular a π y que contenga a la recta r.

(b) [**1'5 puntos**] ¿Hay algún plano paralelo a π que contenga a la recta r? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{a}{2x}\right)$$

es finito. Determina el valor de a y calcula el límite.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina b sabiendo que $b>0$ y que el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y=(\frac{1}{3}x-b)^2$ y los ejes coordenados es igual a 8.

Ejercicio 3. Se sabe que $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3\,a_{11} & 3\,a_{12} & 15\,a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$

(b) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3\,a_{21} & 3\,a_{22} & 3\,a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

(c) [1 punto] $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}-a_{31} & a_{22}-a_{32} & a_{23}-a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

Ejercicio 4. Las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+2y+z-4=0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x+y-6=0 \\ x+y-z-6=0 \end{cases}$$

contienen dos lados de un cuadrado.

(a) [1'25 puntos] Calcula el área del cuadrado.

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. De la función $f : (-1, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f'(x) = \dfrac{3}{(x+1)^2}$ y que $f(2) = 0$.

(a) [**1'25 puntos**] Determina f.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 2. Considera la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$.

(a) [**1 punto**] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

(b) [**1'5 puntos**] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f?

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} mx - y & = & 1 \\ x - my & = & 2m - 1 \end{array}\right\}.$$

(a) [**1'5 puntos**] Clasifica el sistema según los valores de m.

(b) [**1 punto**] Calcula los valores de m para los que el sistema tiene una solución en la que $x = 3$.

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1, 2, 1)$, $B(2, 3, 1)$, $C(0, 5, 3)$ y $D(-1, 4, 3)$.

(a) [**1 punto**] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.

(b) [**0'75 puntos**] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos $ABCD$ es un rectángulo.

(c) [**0'75 puntos**] Calcula el área de dicho rectángulo.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Se sabe que la función $f : (-1, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si} \quad -1 < x < 0, \\ \dfrac{x^2 + a}{x + 1} & \text{si} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

es continua en $(-1, +\infty)$.

(a) **[1'25 puntos]** Halla el valor de a. ¿Es f derivable en $x = 0$?

(b) **[1'25 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2. **[2'5 puntos]** Determina b sabiendo que $b > 0$ y que el área de la región limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = bx$ es igual a $9/2$.

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) **[1'25 puntos]** Calcula $A \cdot B$, $A \cdot C$, $A^t \cdot B^t$ y $C^t \cdot A^t$, siendo A^t, B^t y C^t las matrices transpuestas de A, B y C, respectivamente.

(b) **[1'25 puntos]** Razona cuáles de las matrices A, B, C y $A \cdot B$ tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Dados los vectores $\overrightarrow{u} = (2, 1, 0)$ y $\overrightarrow{v} = (-1, 0, 1)$, halla un vector unitario $\overrightarrow{w}$ que sea coplanario con $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ y ortogonal a $\overrightarrow{v}$.
