GEOMETRÍA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA - 2011

***Ejercicio 1*.-** (2011)

Dados los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,0,1)$ y $P(1,-1,1)$, y la recta r definida por $\left\{\begin{array}{l} x-y-2=0 \\ z=0 \end{array}\right.$

(a) Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades.

(b) Calcula el área del triángulo ABP.

***Ejercicio 2*.-** (2011)

Dados el punto $P(1,1,-1)$ y la recta r de ecuaciones $\left\{\begin{array}{l} x+z=1 \\ y+z=0 \end{array}\right.$

(a) Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P.

(b) Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $y+z=0$, que es perpendicular a r y pasa por P.

***Ejercicio 3*.-** (2011)

Considera los puntos $A(-1,k,3)$, $B(k+1,0,2)$, $C(1,2,0)$ y $D(2,0,1)$.

(a) ¿Existe algún valor de k para el que los vectores $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ y $\vec{CD}$ sean linealmente dependientes?

(b) Calcula los valores de k para los que los puntos A, B, C y D forman un tetraedro de volumen 1.

***Ejercicio 4*.-** (2011)

Dados el plano π de ecuación $x+2y-z=0$ y la recta r de ecuaciones $\left\{\begin{array}{l} 3x-y=5 \\ x+y-4z=-13 \end{array}\right.$

(a) Halla el punto de intersección del plano π y la recta r.

(b) Halla el punto simétrico del punto $Q(1,-2,3)$ respecto del plano π.

***Ejercicio 5*.-** (2011)

Sea el punto $P(2,3,-1)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=-2\lambda \\ z=\lambda \end{array}\right.$

(a) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P.

(b) Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r.

Ejercicio 6.- (2011)

Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones

$$(x, y, z) = (-2, 0, 7) + \lambda(1, -2, 0) + \mu(0, 1, -1) \qquad \text{y} \qquad 2x + y - z + 5 = 0$$

Determina los puntos de la recta r definida por $x = y + 1 = \dfrac{z-1}{-3}$ que equidistan de π_1 y π_2.

Ejercicio 7.- (2011)

Dada la recta r definida por $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = -z + 3$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$

(a) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r.

(b) Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

Ejercicio 8.- (2011)

Dada la recta r definida por $\dfrac{x+7}{2} = \dfrac{y-7}{-1} = z$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas.

(b) Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 9.- (2011)

Considera los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(1, 2, -1)$.

(a) Halla un punto C de la recta de ecuación $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{2} = z$ que verifica que el triángulo de vértices A, B y C tiene un ángulo recto en B.

(b) Calcula el área del triángulo de vértices A, B y D, donde D es el punto de corte del plano de ecuación $2x - y + 3z = 6$ con el eje OX.

Ejercicio 10.- (2011)

Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones

$$3x - y + z - 4 = 0, \qquad x - 2y + z - 1 = 0 \qquad \text{y} \qquad x + z - 4 = 0$$

Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3, 1, -1)$, es paralela al plano π_1 y corta a la recta intersección de los planos π_2 y π_3.

Ejercicio 11.- (2011)

Determina el punto simétrico del punto $A(-3, 1, 6)$ respecto de la recta r de ecuaciones $x - 1 = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+1}{2}$

Ejercicio 12.- (2011)

Considera los puntos $A(1,0,-1)$ y $B(2,1,0)$, y la recta r dada por $\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \end{cases}$

(a) Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B.

(b) Determina si la recta que pasa por los puntos $P(1,2,1)$ y $Q(3,4,1)$ está contenida en dicho plano.

Ejercicio 13.- (2012)

El punto $M(1,-1,0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2,1,-1)$ y $B(0,-2,3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

(a) Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

(b) Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

Ejercicio 14.- (2012)

Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x-3y &= 4 \\ 2x-3y-z &= 0 \end{cases}$$

Ejercicio 15.- (2012)

Dadas las rectas $r \equiv \dfrac{x+3}{-6} = \dfrac{y-9}{4} = \dfrac{z-8}{4}$ y $s \equiv \dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-9}{-2} = \dfrac{z-8}{-2}$

(a) Determina la posición relativa de las rectas r y s.

(b) Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 16.- (2012)

Los puntos $A(1,1,5)$ y $B(1,1,2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C, consecutivo a B, está en la recta $x = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D.

Ejercicio 17.- (2012)

Sean los puntos $A(0,0,1)$, $B(1,0,-1)$, $C(0,1,-2)$ y $D(1,2,0)$.

(a) Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

(b) Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

(c) Calcula la distancia del punto D al plano π.

Ejercicio 18.- (2012)

Halla el punto simétrico de $P(2,1,-5)$ respecto de la recta r definida por

$$\begin{cases} x-z &= 0 \\ x+y+2 &= 0 \end{cases}$$

Ejercicio 19.- (2012)

De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos: $A(2,-1,0)$, $B(-2,1,0)$ y $C(0,1,2)$.

(a) Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

(b) Halla el área de dicho paralelogramo.

(c) Calcula el vértice D.

Ejercicio 20.- (2012)

Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x+y-z &= 6 \\ x+z &= 3 \end{cases} \qquad s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$$

(a) Determina el punto de intersección de ambas rectas.

(b) Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Ejercicio 21.- (2012)

Se consideran los vectores $\vec{u} = (k,1,1)$, $\vec{v} = (2,1,-2)$ y $\vec{w} = (1,1,k)$, donde k es un número real.

(a) Determina los valores de k para los que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

(b) Determina los valores de k para los que $\vec{u}+\vec{v}$ y $\vec{v}-\vec{w}$ son ortogonales.

(c) Para $k=-1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y tienen módulo 1.

Ejercicio 22.- (2012)

Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{2-y}{2} = z-3$ cuya distancia al plano $\pi \equiv x-2y+2z=1$ vale cuatro unidades.

Ejercicio 23.- (2012)

Determina el punto P de la recta $r \equiv \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3,2,1)$.

Ejercicio 24.- (2012)

Considera el punto $P(1,0,2)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} 2x-y-4 &= 0 \\ y+2z-8 &= 0 \end{cases}$

(a) Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

(b) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.