HOJA 3 DE EJERCICIOS
PRODUCTO VECTORIAL Y MIXTO - RESUMEN

Ejercicio 1: Considera los puntos $A(1,0,2)$ y $B(1,2,-1)$.

a) Halla un punto C de la recta de ecuación $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=z$ que verifica que el triángulo de vértices A, B y C tiene un ángulo recto en B.

b) Calcula el área del triángulo de vértices A, B y D, donde D es el punto de corte del plano de ecuación $2x-y+3z=6$ con el eje OX

Ejercicio 2: Determina el punto simétrico del punto $A(-3,1,6)$ respecto de la recta r de ecuaciones $x-1=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Ejercicio 3: Dadas las rectas $r\equiv\frac{x+3}{-6}=\frac{y-9}{4}=\frac{z-8}{4}$ y $s\equiv\frac{x-3}{3}=\frac{y-9}{-2}=\frac{z-8}{-2}$

a) Determina la posición relativa de las rectas r y s.

b) Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 4: De u paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos $A(2,-1,0)$, $B(-2,1,0)$ y $C(0,1,2)$

a) Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que la contiene.

b) Halla el área de dicho paralelogramo.

c) Calcula el vértice D.

Ejercicio 5: Se consideran los vectores $\vec{u}=(k,1,1)$, $\vec{v}=(2,1,-2)$ y $\vec{w}=(1,1,k)$ donde k es un número real.

a) Determina los valores de k para los que $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

b) Determina los valores de k para los que $\overrightarrow{u+v}$ y $\overrightarrow{v-w}$ son ortogonales.

c) Para $k=-1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y tienen módulo 2.

Ejercicio 6: Encuentra los puntos de la recta $r\equiv\frac{x-1}{4}=\frac{2-y}{2}=z-3$ cuya distancia al plano $\pi\equiv x-2y+2z=1$ vale cuatro unidades.

Ejercicio 7: Determina el punto P de la recta $r\equiv\frac{x+3}{2}=\frac{y+5}{3}=\frac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3,2,1)$

Ejercicio 8: Considera la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-2y+3z=0 \end{cases}$

a) Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y no corta al eje OZ.

b) Calcula la proyección ortogonal del punto $A(1,2,1)$ sobre la recta r

Ejercicio 9: Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano π de ecuación $x+y+z=1$ y forme con los ejes coordenados un triángulo de área $18\sqrt{3}$.

Ejercicio 10: Considera las rectas $r\equiv\begin{cases} x+z-2=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ y $s\equiv\frac{x}{2}=y-1=\frac{z}{3}$

a) Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.
b) Calcula la distancia de la recta r al plano π.

Ejercicio 11: Calcula la distancia entre las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 6+\lambda \\ y = 1-2\lambda \\ z = 5-7\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x-3y+1=0 \\ 3x-y-2=0 \end{cases}$

Ejercicio 12: Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C, que pertenece a la recta intersección de los planos $y+z=1$ e $y-3z+3=0$, y que sus otros dos vértices son $A(2,0,1)$ y $B(0,-3,0)$. Halla C y el área del triángulo ABC.

Ejercicio 13: Halla la perpendicular común a las rectas $r \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=\alpha \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x=\beta \\ y=\beta-1 \\ z=-1 \end{cases}$

Ejercicio 14: Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x=y \\ z=2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ z=3 \end{cases}$. Halla la ecuación de una recta que corte a r y s y sea perpendicular al plano $z=0$.

Ejercicio 15: Las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+2y+z-4=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y-6=0 \\ x+y-z-6=0 \end{cases}$ contienen dos lados de un cuadrado.
a) Calcula el área del cuadrado.
b) Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

Ejercicio 16: Dados los vectores $\vec{u}=(2,1,0)$ y $\vec{v}=(-1,0,1)$, halla un vector unitario $\vec{w}$ que sea coplanario con $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y ortogonal a $\vec{v}$.

Ejercicio 17: Sabiendo que las rectas $r \equiv x=y=z$ y $s \equiv \begin{cases} x=1+\mu \\ y=3+\mu \\ z=-\mu \end{cases}$ se cruzan, halla los puntos A y B, de r y s respectivamente, que están a mínima distancia.

Ejercicio 18: Se sabe que el plano π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos A, B y C, siendo las longitudes de los segmentos OA, OB y OC de 4 unidades, donde O es el origen de coordenadas.
a) Halla la ecuación del plano π.
b) Calcula el área del triángulo ABC.
c) Obtén un plano paralelo al plano π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.

Ejercicio 19: Considera los puntos $A(1,1,1)$, $B(0,-2,2)$, $C(-1,0,2)$ y $D(2,-1,2)$
a) Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.
b) Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A, B y C.