HOJA 2 DE EJERCICIOS
GEOMETRÍA EUCLÍDEA DEL ESPACIO – PRODUCTO ESCALAR

Ejercicio 1: Dados los puntos $A(2,1,-1)$ y $B(-2,3,1)$ y la recta r definida por las ecuaciones $\begin{cases} x-y-z=-1 \\ 3x-2z=-5 \end{cases}$, halla las coordenadas de un punto de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

Ejercicio 2: Se considera la recta $r \equiv mx = y = z+2$, $m \neq 0$ y la recta $s \equiv \dfrac{x-4}{4} = y-1 = \dfrac{z}{2}$.

a) Halla el valor de m para el que r y s son perpendiculares.
b) Deduce razonadamente si existe algún valor de m para el que r y s son paralelas.

Ejercicio 3: Considera los puntos $A(2,0,1)$, $B(-1,1,2)$, $C(2,2,1)$ y $D(3,1,0)$.

a) Calcula la ecuación del plano π que contiene a los puntos B, C y D.
b) Halla el punto simétrico de A respecto del plano π.

Ejercicio 4: Considera los puntos $A(0,3,-1)$ y $B(0,1,5)$.

a) Calcula los valores de x sabiendo que el triángulo ABC de vértices A, B y $C(x,4,3)$ tiene un ángulo recto en C.
b) Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos $(0,1,5)$ y $(3,4,3)$ y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones $\begin{cases} x-y-z=0 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

Ejercicio 5: Dada la recta r definida por $\dfrac{x-1}{\alpha} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z-1}{2}$ y el plano π de ecuación $2x - y + \beta z = 0$.
Determina α y β en cada uno de los siguientes casos:

a) La recta r es perpendicular al plano π.
b) La recta r está contenida en el plano π.

Ejercicio 6: Calcula la distancia del punto $P(1,-3,7)$ a su punto simétrico respecto de la recta definida por $\begin{cases} 3x-y-z-2=0 \\ x+y-z+6=0 \end{cases}$.

Ejercicio 7: Considera el punto $P(1,0,-2)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-y=5 \\ 2x+y-4z=7 \end{cases}$

a) Determina la recta perpendicular a r que pasa por P.
b) Halla la distancia del punto P y su simétrico Q respecto de la recta r.

Ejercicio 8: Considera el plano π de ecuación $2x+2y-z-6=0$ y la recta r definida por $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{2}$

a) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes coordenados.
b) Calcula, razonadamente, la distancia de la recta r al plano π.

Ejercicio 9: Dados los puntos $A(1,0,0), B(0,0,1)$ y $P(1,-1,1)$ y la recta r definida por $\begin{cases} x-y-2=0 \\ z=0 \end{cases}$.

a) Halla los puntos de la recta r cuya distancia el punto P es de 3 unidades.

b) Calcula el área del triángulo $\overset{\Delta}{ABP}$.

Ejercicio 10: Sea el punto $P(2,3,-1)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x=1 \\ y=-2\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$

a) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P.

b) Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r.

Ejercicio 11: Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones:

$(x,y,z)=(-2,0,7)+\lambda(1,-2,0)+\mu(0,1,-1)$ y $2x+y-z+5=0$.

Determina los puntos de la recta r definida por $x=y+1=\dfrac{z-1}{-3}$ que equidistan de π_1 y π_2.

Ejercicio 12: Dada la recta r definida por $\dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y-7}{-1}=z$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=2 \\ y=-5 \\ z=\lambda \end{cases}$.

a) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas, recta conocida como perpendicular común.

b) Calcula la distancia entre r y s.