

EJERCICIOS RESUELTOS LÍMITES

Cuestión 1.-

Calcula el valor de los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x-2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1)$

a) $-\frac{3}{2}$

b) -2

Cuestión 2.-

Calcula estos límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 3x + 5}$

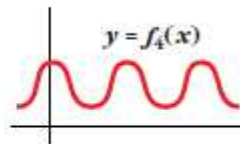
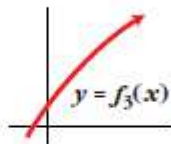
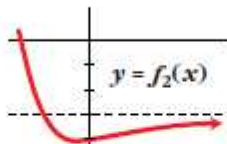
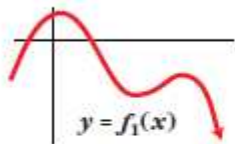
b) $\lim_{x \rightarrow 0,1} \log_{10} x$

a) $\sqrt{3}$

b) -1

Cuestión 3.-

Di el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ de las siguientes funciones dadas por sus gráficas:



$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = -3$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_3(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_4(x)$ no existe

Cuestión 4.-

Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{x}{2}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{x-2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0,5} 2^x$

e) $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{10 + x - x^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \log_2 x$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x$

h) $\lim_{x \rightarrow 2} e^x$

a) 5

b) 0

c) -2

d) $\sqrt{2}$

e) 4

f) 2

g) 1

h) e^2

Cuestión 5.-

Calcula el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ de cada una de las siguientes funciones. Representa el resultado que obtengas.

a) $f(x) = x^3 - 10x$

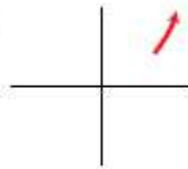
b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

c) $f(x) = \frac{3-x}{2}$

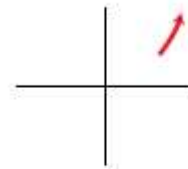
d) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{-3}$

➤ Dale a x "valores grandes" y saca conclusiones.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$



c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$



d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$



Cuestión 6.-

Comprueba, dando valores grandes a x , que las siguientes funciones tienden a 0 cuando $x \rightarrow +\infty$.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 10}$

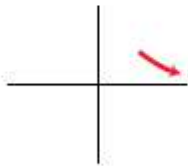
b) $f(x) = \frac{100}{3x^2}$

c) $f(x) = \frac{-7}{\sqrt{x}}$

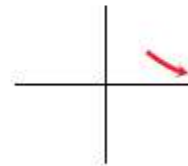
d) $f(x) = \frac{2}{10x^2 - x^3}$

Representa gráficamente su posición sobre el eje OX o bajo el eje OX .

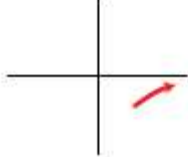
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$



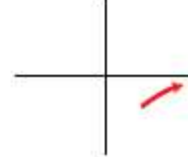
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$



c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

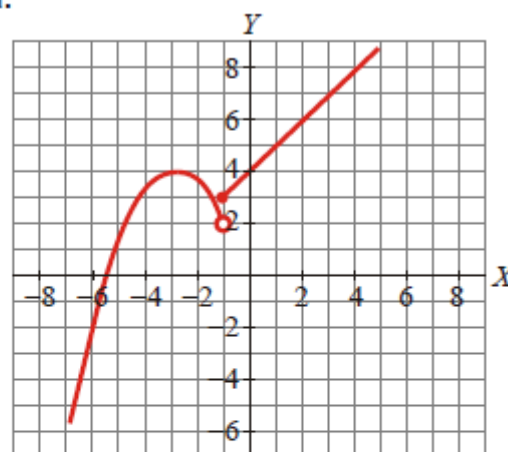


d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$



Cuestión 7.-

A partir de la gráfica de $f(x)$, calcula:



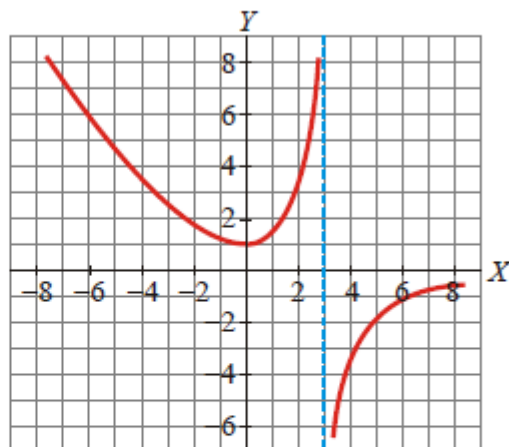
a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$ e) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = 0$

Cuestión 8.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$. Sobre ella, calcula los límites:



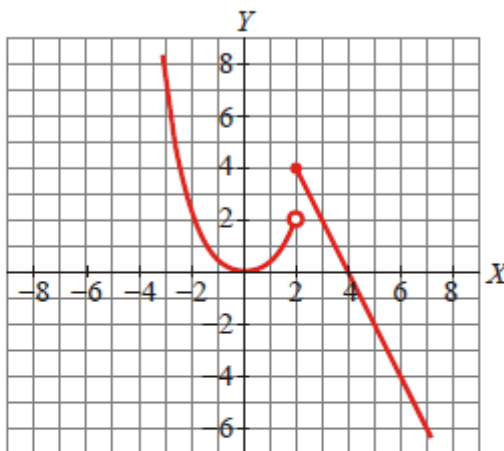
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

Cuestión 9.-

Dada la siguiente gráfica de $f(x)$, calcula los límites que se indican:



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

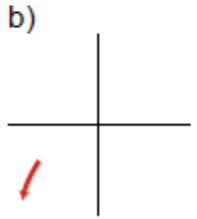
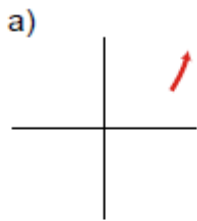
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

Cuestión 10.-

Representa gráficamente los siguientes resultados:

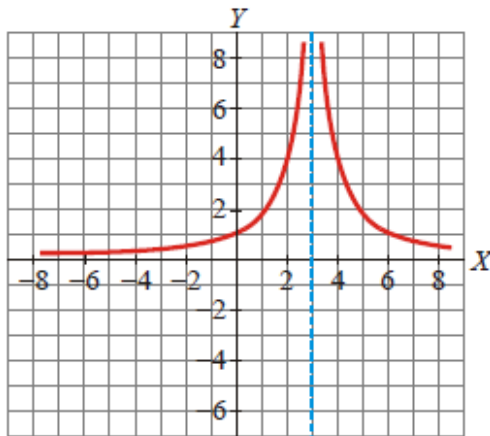
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

Solución:



Cuestión 11.-

Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de $f(x)$:



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

Cuestión 12.-

Para la función $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, sabemos que :

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x-3} = -\infty$$

Representa gráficamente estos dos límites.

Solución:



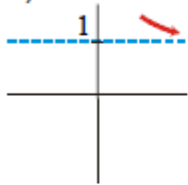
Cuestión 13.-

Representa gráficamente:

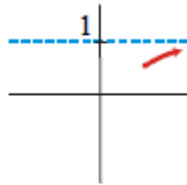
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
 b) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0$

Solución:

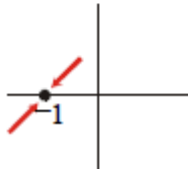
a)



o bien



b) Por ejemplo:



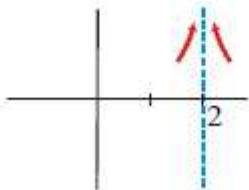
Cuestión 14.-

Representa los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$$

Solución:



Cuestión 15.-

Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (3 - x)^2$

b) $\lim_{x \rightarrow -8} (1 + \sqrt{-2x})$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{sen } x$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (3 - x)^2 = 5^2 = 25$

b) $\lim_{x \rightarrow -8} (1 + \sqrt{-2x}) = 1 + \sqrt{16} = 1 + 4 = 5$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{sen } x = \text{sen } \frac{\pi}{2} = 1$

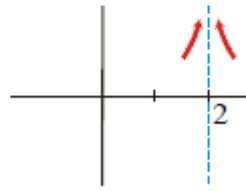
Cuestión 16.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 2$:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} = +\infty$$



Cuestión 17.-

Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$, calcula el límite de $f(x)$ en $x = 2$. Representa la información que obtengas.

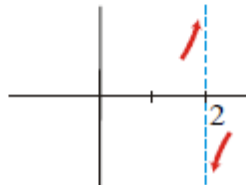
Solución:

$$\frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)(x-3)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$$



Cuestión 18.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función a la izquierda y a la derecha de $x = 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)(x+3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x^2 - 9} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x^2 - 9} = +\infty$$



Cuestión 19.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+1}{x^2 + 2x}$$

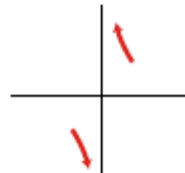
Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+1}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+1}{x(x+2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x+1}{x^2+2x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x^2+2x} = +\infty$$



Cuestión 20.-

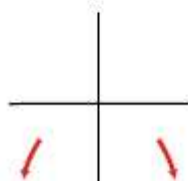
Calcula el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$ de la siguiente función y representa la información que obtengas:

$$f(x) = \frac{1-2x^2+4x}{3}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x^2+4x}{3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2x^2+4x}{3} = -\infty$$



Cuestión 21.-

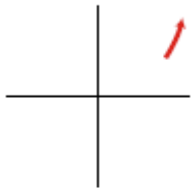
Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4) = -\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) = -\infty$



Cuestión 22.-

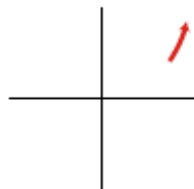
Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - x)^2$

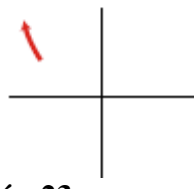
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 - x)^2$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - x)^2 = +\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 - x)^2 = +\infty$



Cuestión 23.-

Calcula y representa gráficamente la información obtenida

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1}$$

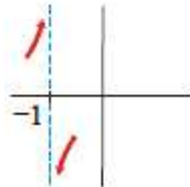
Solución:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-4}{x+1}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-4}{x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-4}{x+1} = -\infty$$



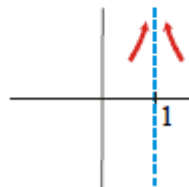
Cuestión 24.-

Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+5)}{(x-1)^2} = +\infty$$



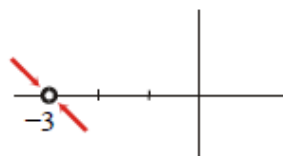
Cuestión 25.-

Resuelve el siguiente límite e interprétalo gráficamente.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)^2}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)}{(x-2)} = 0$$



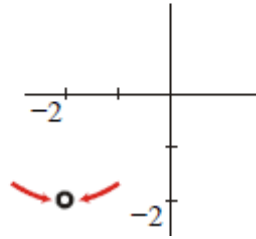
Cuestión 26.-

Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$



Cuestión 27.-

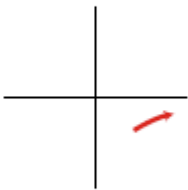
Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3} = 0$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2} = +\infty$



Cuestión 28.-

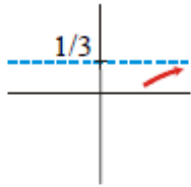
Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4}$

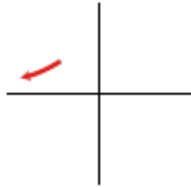
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$



$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3} = 0$$



Cuestión 29.-

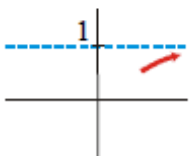
Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5 + 3x}$$

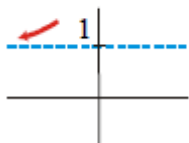
$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5 + 3x}$$

Solución:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5 + 3x} = \frac{3}{3} = 1$$



$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5 + 3x} = 1$$



Cuestión 30.-

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, halla:

$$a) \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

☛ Para que exista límite en el punto de ruptura, tienen que ser iguales los límites laterales.

$$a) 5$$

$$b) 4$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

Cuestión 31.-

Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x^2 - 2x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x}{x}$$

$$\text{c) } \lim_{b \rightarrow 0} \frac{3b^3 - 2b^2}{b}$$

$$\text{d) } \lim_{b \rightarrow 0} \frac{b^2 - 7b}{4b}$$

• *Saca factor común y simplifica cada fracción.*

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-2)} = -2$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2x+3)}{x} = 3$$

$$\text{c) } \lim_{b \rightarrow 0} \frac{b^2(3b-2)}{b} = 0$$

$$\text{d) } \lim_{b \rightarrow 0} \frac{b(b-7)}{4b} = -\frac{7}{4}$$

Cuestión 32.-

Resuelve los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} = 2$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)} = 3$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)}{(x+3)(x+1)} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = 2$$

Cuestión 33.-

Resuelve los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{(x-1)^2}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - (x-2)^2$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{(2x+1)^2}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 1}{5x}$$

a) 3 b) $-\infty$ c) 0 d) $+\infty$

Cuestión 34.-

Calcula los límites de las siguientes funciones en los puntos que anulan su denominador:

$$\text{a) } f(x) = \frac{3x}{2x+4}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-4}$$

$$\text{d) } f(t) = \frac{t^3-2t^2}{t^2}$$

$$a) \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$$

$$b) f(x) = \frac{x-1}{x(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$$c) f(x) = \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$$

$$d) f(t) = \frac{t^2(t-2)}{t^2}; \quad \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = -2$$

Cuestión 35.-

Calcula los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$$

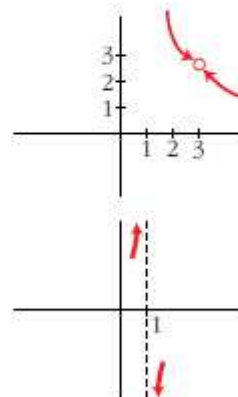
$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x(x-3)} = \frac{5}{3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x-1}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{x-1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = -\infty$$

$$\text{No existe } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$$



Cuestión 36.-

Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2}{x^2 + 2x + 1}$$

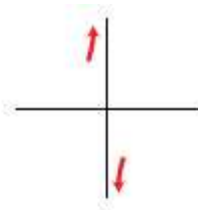
$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4}$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-2)}{x^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{x(x+1)}$$

Calculamos los límites laterales:

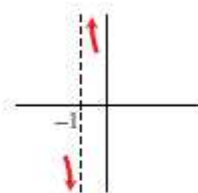
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{x(x+1)} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{x(x+1)} = -\infty$$



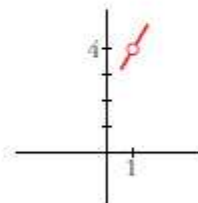
$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2}{x+1}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2}{x+1} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2}{x+1} = +\infty$$



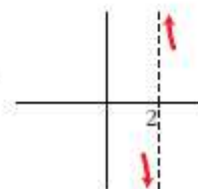
$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)}{x - 1} = 4$$



$$d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x+2)}{x-2}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2(x+2)}{x-2} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x+2)}{x-2} = +\infty$$



Cuestión 37.- Calcular los siguientes límites:

a.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{4x-1}}$	Sol: 1/2	b.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{3x^2 - x + 1}}{\sqrt{4x-1}}$	Sol: 0
c.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4-x}}{\frac{1}{x^3}}$	Sol: $-\infty$	d.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x}{5x^2 - x + 1}$	Sol: $+\infty$
e.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$	Sol: 3/2	f.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})$	Sol: 0
g.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x - \sqrt{x^2 + 3x}}$	Sol: $+\infty$	h.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$	Sol: 0
i.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 2} - 4}$	Sol: 1	j.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x+1}$	Sol: -1
k.- $\lim_{x \rightarrow 5} (\sqrt[3]{x^2 + 2} - x)$	Sol: -2	l.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{x^4 - x^3 + x - 1}$	Sol: -2
m.- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+1)^3}{(x+3)^4}$	Sol: $-\infty$	n.- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$	Sol: -2
ñ.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 + 4x^2 - 11x - 2}$	Sol: 9/17	o.- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+3} - 1}$	Sol: 2

p.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x }{2x}$	Sol:0	q.- $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x-1}{2x-4} \right)^{\frac{1}{x-3}}$	Sol: $e^{\frac{-1}{2}}$
r.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{2x^2 - 4} \right)^{\frac{1}{x-3}}$	Sol:1	s.- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x}{3x^4 + 1} \right)^{\frac{-1}{x}}$	Sol:e
t.- $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(2 - \frac{x-1}{2x-4} \right)^{\frac{1}{x-3}}$	Sol : \sqrt{e}	u.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}} \right)^{2x-3}$	Sol : 1
v.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right)^x$	Sol : $\frac{\sqrt{e}}{e}$	x.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x - \sqrt{x}} - \sqrt{x + \sqrt{x}} \right)$	Sol : -1
y.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2 x-1 - 1}$	Sol : 1/3	z.- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x}{3x^4 + 1} \right)^{\frac{-1}{x}}$	Sol : e

Cuestión 38.-Calcular el límite de:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^3 - 5)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^3 - 5)}{x^2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^3 - 5)}{x^2} = 0$$

El denominador es un infinito de orden superior

Cuestión 39.- Calcular

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + x}) = \infty - \infty$$

SOL:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[(\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + x})(\sqrt{x^2 - 2} + \sqrt{x^2 + x})]}{(\sqrt{x^2 - 2} + \sqrt{x^2 + x})} &= \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2 - x^2 - x}{(\sqrt{x^2 - 2} + \sqrt{x^2 + x})} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2 - x}{(\sqrt{x^2 - 2} + \sqrt{x^2 + x})} = \\ = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

Cuestión 40.-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x} - x \Rightarrow \dots \infty - \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 3x} - x)(\sqrt{x^2 + 3x} + x)}{(\sqrt{x^2 + 3x} + x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 3x})^2 - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

Cuestión 41.-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} \Rightarrow \dots \infty - \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2})}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x-2})^2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2 - x+2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} = \frac{4}{\infty} = 0$$

Cuestión 42.-

$$\lim_{x \rightarrow 0} [1+3x]^{2/x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} [1+3x]^{2/x} \Rightarrow 1^\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} [1+3x]^{2/x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} [(1+3x) - 1]} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot 3x}{x}} = e^6$$

Cuestión 43.-

1. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x^4}{x^6 - x^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}{x^2 + x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2} - 2}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{2 - \sqrt{8-x}}$

j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x+2} - 2}$

2. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^3 - 1} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2+2x-x^2}{x^2-2x} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x^2 - 4} \right)^{\frac{1}{x+2}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3-x}{2+x} \right)^x$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + x + 1}{2+x} \right)^{\frac{1}{x-1}}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x+x^2)^{\frac{1}{x}}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x+5)(5x+2)}{-(x-3)^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 - \frac{x^4 + 1}{x^2 - 1} \right)$

j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{\sqrt{x^2 + 4} - 2}$

k) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{x^2 - x})$

l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}} \right)^{\frac{2x+3}{x-2}}$

m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2} \right)^{\frac{x^2 + 1}{x}}$

1) a) 3/4 b) 5/3 c) 4 d) -1/2 e) -1 f) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ g) 4 h) 0 i) -2/3 j) 2

2) a) $+\infty$ b) 3/2 c) $+\infty$ d) 1 e) e^6 f) e g) e h) -15 i) -1 j) 1 k) -1 l) 1 m) e^{-1}

Cuestión 44.-

d) Indeterminación 1^∞ Función tipo potencial – exponencial

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^{g(x)} \xrightarrow{\text{Aplicamos}} \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \cdot [f(x) - 1]} \Rightarrow x_0 \text{ puede ser } \begin{cases} \pm\infty \\ n^\circ \text{ real} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{3x-5}{3x-2} \right]^{2x^2} \Rightarrow \left[\frac{\infty}{\infty} \right]^\infty \text{ resolvemos el } \frac{\infty}{\infty} \text{ nos da } 1 \Rightarrow 1^\infty \text{ Indeterminación}$$

Aplicamos la fórmula

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{3x-5}{3x-2} \right]^{2x^2} &= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2 \left[\frac{3x-5}{3x-2} - 1 \right]} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2 \left[\frac{3x-5-3x+2}{3x-2} \right]} = \\ e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{-6x^2}{3x-2} \right]} &= e^{-\infty} = \frac{1}{e^{+\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0 \end{aligned}$$